

**УДК:** 004.932.4

**Название:** Исследование стрип-метода обработки сигналов и изображений

**Автор(ы):**

Рассохина А.А. (Новосибирский государственный университет)

**Аннотация:** В статье рассмотрен стрип-метод линейного предискажения сигналов и изображений с использованием нескольких видов матриц преобразования. Определены матрицы, которые достаточно хорошо минимизируют амплитуду помехи. Исследована зависимость качества восстановления данных от местоположения и размера помехи. Выявлена возможность использования стрип-метода в сочетании с компрессией, основанной на разреживании изображения, и разработан алгоритм, реализующий это сочетание.

**Ключевые слова:** стрип-метод, помеха, обработка изображений, помехоустойчивость, матрица Адамара, восстановление данных

**1. Введение.** Стрип-метод является одним из методов, используемых для хранения и помехоустойчивой передачи сигналов и изображений [2]. Его суть заключается в преобразовании сигнала или изображения на передающем конце путем «разрезания» его на фрагменты равной длины или площади соответственно, формирования их линейных комбинаций и обратного «склеивания». Преобразованный сигнал (изображение) передается по каналу связи, где подвергается воздействию помехи. Ее действие может приводить к искажению или полной потере отдельных фрагментов передаваемого сообщения. На приемном конце выполняется обратное преобразование, в результате которого происходит восстановление сигнала (изображения). Если обеспечить равномерное распределение помехи по всей длине или площади передаваемых данных, то произойдет значительное ослабление ее амплитуды и будет достигнуто приемлемое качество всех участков восстановленного сообщения.

Преимущество данного метода заключается в том, что на передающем конце осуществляется линейное комбинирование всех фрагментов исходного сигнала или изображения. Это приводит к тому, что каждый фрагмент передаваемого сообщения несет информацию обо всех без исключения фрагментах исходного сообщения, что позволяет в случае потери или повреждения большого числа фрагментов восстановить весь сигнал или все изображение с наименьшими искажениями. В этом смысле стрип-метод напоминает голограмму. Классические алгоритмы фильтрации в случае такого рода помех могут привести к побочным эффектам изменения незашумленных участков изображения.

Стрип-преобразование широко используется при передаче сигналов со спутников, т.к. в ионосфере может происходить кратковременная потеря связи, при которой целые участки

сигнала полностью пропадают. Также стрип-метод может быть использован в базах данных изображений и в других компьютерных системах хранения, обработки и передачи визуальной информации.

Основной целью является исследование вопроса, насколько качественно происходит восстановление сигналов и изображений для различных матриц и различных типов помех. Также рассматривается возможность применения стрип-преобразования изображений в сочетании с компрессией, что уменьшает вычислительные затраты на хранение и передачу данных. Для проведения исследования были разработаны два программных средства, моделирующих стрип-преобразование сигналов и изображений, а также реализована библиотека отдельных модулей, которые могут быть встроены в другие программные системы.

**2. Одномерное преобразование.** Одномерное стрип-преобразование используется для передачи сигналов [2] и включает в себя три этапа: прямое преобразование, передачу по каналу связи и обратное преобразование.

Первый этап преобразования заключается в разбиении длинного исходного сигнала  $x(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$  на  $n$  участков равной длительности  $h = T/n$  и получению  $n$  коротких сигналов вида

$$x_1(t) = x(t), x_2(t) = x(t + T/n), \dots, x_n(t) = x(t + (n-1)T/n), \quad (1.1)$$

$$0 \leq t \leq T/n.$$

Из них формируется  $n$ -мерная вектор-функция

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq T/n. \quad (1.2)$$

При помощи ортогональной матрицы  $A$  вектор  $X(t)$  преобразуется в вектор  $Y(t)$ :

$$Y(t) = AX(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \dots \\ y_n(t) \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq T/n. \quad (1.3)$$

Компоненты вектора  $Y(t)$  имеют вид:  $y_i(t) = A_i X(t)$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ , где  $A_i$  –  $i$ -я строка  $A$ . Заметим, что в результате такого преобразования каждая компонента  $y_i(t)$  несет в себе информацию обо всех компонентах  $x_i(t)$ . Именно это обеспечивает высокую помехоустойчивость передачи и восстановление в случае, если часть сигнала исказилась.

На втором этапе сигнал  $Y(t)$  передается по каналу связи, при этом часть сигнала искажается или пропадает.

Далее, на приемном конце вектор  $Y(t) + \Delta Y(t)$ , где  $\Delta Y(t)$  – вектор-функция помехи, подвергается обратному преобразованию с использованием матрицы  $A^{-1}$ :

$$A^{-1}(Y(t) + \Delta Y(t)) = X(t) + \Delta X(t). \quad (1.4)$$

При этом погрешность восстановления сигнала определяется по формуле

$$\Delta X(t) = A^{-1}\Delta Y(t). \quad (1.5)$$

Если одна из компонент вектора  $\Delta Y(t)$  отлична от нуля, то все компоненты вектора погрешности  $\Delta X(t)$  будут отличны от нуля, таким образом, происходит распределение помехи по всей длине сигнала.

**3. Двумерное преобразование.** Аналогично одномерному случаю, первый этап двумерного преобразования, применяемого при передаче изображений, состоит в разбиении исходного изображения на  $N$  одинаковых по размеру прямоугольных фрагментов [2].

Обозначим число горизонтальных и вертикальных полосок, на которые «разрезается» изображение, через  $m$  и  $n$ ; тогда  $N = mn$ . Далее осуществляется линейное комбинирование фрагментов по следующей схеме.

Исходное изображение, разбитое на фрагменты, рассматривается как блочная матрица  $X$  размера  $m \times n$ , которая умножается на ортогональную матрицу  $B$  размера  $m \times m$  слева и на ортогональную матрицу  $A$  размера  $n \times n$  справа:  $Z = BXA$  (двустороннее преобразование).

В этом случае имеет место умножение числовых матриц  $A$ ,  $B$  на блочную матрицу  $X$ , элементами которой являются фрагменты изображений. Умножение осуществляется по следующим правилам:

1. Сложение блоков (фрагментов). Сложение отдельных блоков (фрагментов) матриц изображений производится путем суммирования соответствующих элементов блоков. Эта операция аналогична сложению двух матриц одинакового размера.

2. Умножение фрагмента на число. Операция производится путем умножения каждого пикселя фрагмента на число. При этом изменяется яркость фрагмента в целом. Операция аналогична умножению матрицы на число.

3. Умножение блочной матрицы на числовую матрицу. Такое умножение производится аналогично обычному перемножению числовых матриц по правилу «строка на столбец» с учетом использования первых двух операций.

Рассмотренный подход обеспечивает полное «перемешивание» фрагментов изображения: каждый фрагмент преобразованного изображения содержит информацию обо всех  $mn$  фрагментах исходного изображения.

Соответственно, обратные преобразования, выполняемые на приемном конце канала связи, описываются формулой:  $X = B^{-1}ZA^{-1}$ . Рассмотрим их подробнее.

В канал связи передается изображение  $Z = BXA$ . Далее к нему добавляется импульсная помеха  $\Delta$  (блочная матрица размера  $m \times n$ ), в результате чего на выходе имеем изображение  $\hat{Z} = Z + \Delta$ . На приемном конце  $\hat{Z}$  подвергается обратному преобразованию для получения матрицы результирующего изображения. Оно описывается формулой

$$\hat{X} = B^{-1} \hat{Z} A^{-1} = B^{-1}(Z + \Delta)A^{-1} = B^{-1}ZA^{-1} + B^{-1}\Delta A^{-1} = X + B^{-1}\Delta A^{-1}. \quad (2.1)$$

При использовании данного метода удобно взять матрицы  $A$  и  $B$  равными, так как это упростит вычисления, а также сэкономит память, если применять метод на практике.

Тогда уравнение прямого преобразования примет вид  $Z = AXA$ , где  $A$  – ортонормированная матрица. Упростится также уравнение обратного преобразования

$$\hat{X} = X + A^T \Delta A^T. \quad (2.2)$$

Заметим, что все изложенное выше относилось к случаю черно-белых изображений, которые могут быть представлены одной матрицей яркости, состоящей из значений от 0 до

255. Именно эта матрица и подвергается фрагментации при стрип-преобразовании. В случае цветных изображений можно использовать трехслойную матрицу RGB и подвергать стрип-преобразованию каждый из слоев.

**4. Выбор матриц преобразования.** Матрицы стрип-преобразования выбираются исходя из того, что нужно добиться равномерного распределения помехи по сигналу или изображению в результате обратного декодирования на приемном конце канала связи. Это позволит восстановить информацию об искаженных или потерянных фрагментах. Возникает задача определения вида матрицы преобразования  $A$ , которая обеспечит минимизацию амплитуды помехи в восстановленном сообщении.

Легко показать, что амплитуда помехи определяется величиной максимального элемента матрицы  $A$ . Таким образом, задача поиска оптимальных матриц преобразования сводится к задаче поиска ортогональных матриц, у которых максимальный элемент минимален. Этому свойству удовлетворяют, в частности, нормированные матрицы Адамара [5], существующие для  $n$ , кратных четырем, а также С-матрицы, существующие для  $n$ , кратных двум.

**5. Результаты преобразований.** Рассмотрим изображение размера  $1024 \times 1024$ , представленное на рис. 4.1 (а). Разобьем его на 8 частей по горизонтали и на столько же по вертикали. Полученную блочную матрицу  $X$ , содержащую 64 фрагмента, подвергнем двустороннему стрип-преобразованию с помощью матрицы Адамара 8-го порядка:

$$Z = \frac{1}{8} A^T X A \quad (4.1)$$

В результате такого преобразования произошло перемешивание фрагментов.

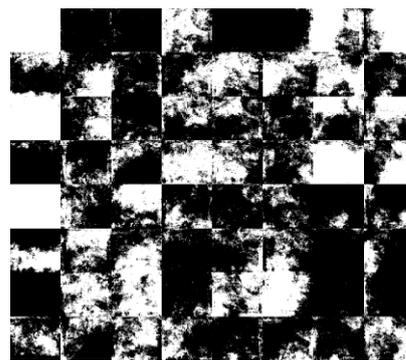


Рис. 4.1

а) исходное изображение

б) фрагментированное  
изображение

На рис. 4.2 приведено изображение, полученное в результате прямого стрип-преобразования, с добавленной к нему помехой размера 50% от размера всего изображения и результат его восстановления.

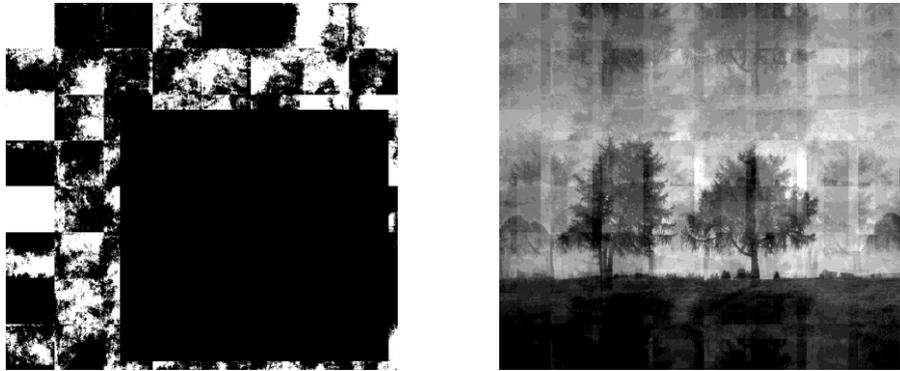


Рис. 4.2

а) фрагментированное  
изображение с помехой

б) результат преобразования

Замечательным свойством стрип-метода является то, что даже если размер помехи составляет 80% от всего изображения, его все еще можно восстановить, хотя и с большими искажениями.

В работе рассматриваются три основных критерия оценки погрешности восстановления:

- среднеквадратичное отклонение значений пикселей ( $L_2$  мера, или root mean square – RMS):

$$d(x, y) = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n \frac{(x_{ij} - y_{ij})^2}{n^2}}; \quad (4.2)$$

- максимальное отклонение (RSDmax):

$$d(x, y) = \max_{i,j} |x_{ij} - y_{ij}|; \quad (4.3)$$

- отношение сигнала к шуму (peak-to-peak signal-to-noise ratio — PSNR):

$$d(x, y) = 10 \log_{10} \frac{255^2 n^2}{\sum_{i,j=1}^n (x_{ij} - y_{ij})^2}. \quad (4.4)$$

Каждый из критериев имеет свои недостатки, и выбор между ними осуществляется на основе требований, предъявляемых к изображениям. Ниже в табл. 4.1 приведены значения

ошибки восстановления изображения на рис. 4.1 для каждого из критериев в зависимости от размера помехи.

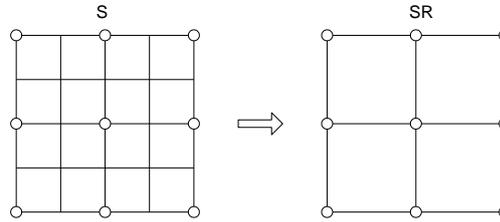
*Таблица 4.1 Зависимость погрешности восстановления от размера помехи*

	RMS	RSDmax	PSNR
100×100	4.8732	14.9219	34.3746
200×200	8.7232	35.7500	29.3173
300×300	12.1715	52.0625	26.4239
500×500	18.4796	94.5000	22.7969
700×700	35.0431	166.0938	17.2387
900×900	44.3808	252	15.1869

Значение имеет не только размер помехи, но и то, какую часть изображения она охватывает. В силу того, что первая строка и столбец матриц Адамара состоят целиком из единиц, а остальные строки и столбцы имеют равное количество 1 и  $-1$ , наибольшие значения элементов блочной матрицы, полученной в результате прямого стрип-преобразования, будут сконцентрированы в блоках, составляющих ее первую строку и первый столбец. При этом левый верхний блок несет в себе максимум информации об исходном изображении. Следовательно, если помеха охватывает этот блок, изображение восстановится с большими искажениями. Если помеха расположена на месте блоков, составляющих первую строку или первый столбец, изображение восстановится с меньшими искажениями и, наконец, если она охватывает любые другие блоки, восстановление будет наилучшим. С помощью переупорядочения строк матрицы Адамара можно добиться концентрации максимума информации об исходном изображении в других блоках: например, таких, где вероятность появления помехи меньше.

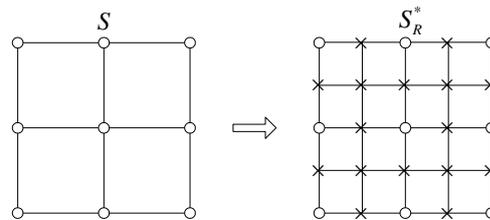
**6. Стрип-метод в сочетании с компрессией.** Исходя из того, что стрип-метод обладает высокой помехоустойчивостью и позволяет восстанавливать потерянные участки изображения, его можно использовать для компрессии. Для этого после прямого этапа стрип-преобразования применим разреживание изображения. В ходе разреживания размер матрицы яркости уменьшается в  $n$  раз, где  $n$  кратно четырем. Это позволяет хранить и передавать по каналу меньший объем данных. В канал к уменьшенному изображению добавляется помеха, после чего происходит его интерполяция до исходного размера, и уже к полученному после интерполяции изображению применяется обратное стрип-преобразование.

Пусть  $S$  - матрица яркости исходного изображения,  $S_R$  - матрица разреженного изображения. В матрицу  $S_R$  войдут только элементы нечетных строк и столбцов матрицы  $S$ , размер  $S_R$  в 4 раза меньше размера  $S$ .



При этом разреживание можно производить в несколько этапов, и каждый раз размер полученной матрицы становится в 4 раза меньше по сравнению с предыдущим. Целесообразно применять его не более трех раз.

Далее матрица  $S_R$  искажается помехой, после чего к ней применяется интерполяция. Результатом является матрица  $S_R^*$ .



Интерполяция производится отдельно для каждого блока, на которые разбивается матрица исходного изображения, т. к. после прямого преобразования происходит перемешивание блоков, и значения на их границах могут сильно отличаться. Следовательно, для восстановления значений матрицы  $S_R^*$  внутри или на границе конкретного блока используются значения только из этого блока.

Интерполяция блока размера  $M \times M$  производится по следующим формулам:

$$S_R^*(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{2}(S_R(i-1, j) + S_R(i+1, j)), & \text{если } i = 2k, j = 2l-1, \\ & k = 1, \dots, \frac{M}{2}-1, \quad k = 1, \dots, \frac{M}{2} \\ \frac{1}{2}(S_R(i, j-1) + S_R(i, j+1)), & \text{если } i = 2k-1, j = 2l, \\ & k = 1, \dots, \frac{M}{2}, \quad k = 1, \dots, \frac{M}{2}-1 \\ \frac{1}{4}(S_R(i-1, j-1) + S_R(i-1, j+1) + S_R(i+1, j-1) + S_R(i+1, j+1)), \\ & \text{если } i = 2k, j = 2k, k = 1, \dots, \frac{M}{2}-1 \end{cases} \quad (5.1)$$

$$S_R^*(i, M) = S_R^*(i, M-1), \quad i = 1, \dots, M \quad (5.2)$$

$$S_R^*(M, j) = S_R^*(M-1, j), \quad j = 1, \dots, M. \quad (5.3)$$

После интерполяции матрица  $S_R^*$  подвергается обратному стрип-преобразованию.

Для тестирования сочетания стрип-метода и компрессии использовалось изображение размера  $1024 \times 1024$ . К нему применялось от одного до трех этапов разреживания с использованием стрип-метода и без него. После разреживания к изображению добавлялась помеха, составляющая 61% от его размера.

В качестве критериев потери качества изображения были выбраны среднеквадратическое отклонение значений пикселей (RMS)

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1, j=1}^{n, n} (x_{ij} - y_{ij})^2}{n^2}} \quad (5.4)$$

и максимальное отклонение (RSDmax)

$$RSD \max = \max_{i, j} |x_{ij} - y_{ij}|. \quad (5.5)$$

Результаты тестирования для трех этапов разреживания приведены в табл. 5.1.

*Таблица 5.1 Погрешность восстановления изображения после разреживания с использованием стрип-метода и без него*

Компрессия	1 этап	2 этап	3 этап
С использованием стрип-метода	RSDmax=165.5313 RMS =39.5621	RSDmax=178.9297 RMS = 41.0271	RSDmax =222.6250 RMS = 39.3739
Без использования стрип-метода	RSDmax = 255 RMS= 108.8013	RSDmax = 255 RMS = 107.7964	RSDmax =255 RMS=112.8662

Исходя из данных таблицы, можно сделать вывод, что использование стрип-метода позволяет уменьшить значение среднеквадратического отклонения пикселей в 2,6 – 2,8 раза.

**7. Заключение.** В данной статье рассмотрен стрип-метод, предназначенный для хранения и помехоустойчивой передачи сигналов и изображений. Основной задачей было оценить влияние разного рода помех на качество восстановления передаваемых данных и погрешность восстановления. В ходе работы были проведены эксперименты с несколькими видами матриц стрип-преобразования. Определены те из них, которые достаточно хорошо минимизируют амплитуду помехи, равномерно распределяя ее по всему сигналу или изображению, тем самым позволяя восстановить потерянные участки. Была выявлена зависимость степени восстановления от местоположения и размера помехи. Также была

рассмотрена возможность использования стрип-метода в сочетании с компрессией, которая показала хорошие результаты восстановления изображений.

В системе Matlab разработаны два программных средства, реализующих алгоритмы одномерного и двумерного стрип-преобразования с использованием разных типов матриц и видов помех, а также библиотека отдельных модулей, содержащая реализацию стрип-преобразования в сочетании с компрессией.

### Список литературы

1. Ахмед Н., Рао К. Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. Пер. с англ./ Под ред. И. Б. Фоменко, М.: Связь, 1980, С. 130 – 132.
2. Мироновский Л. А., Слаев В. А. Стрип-метод преобразования изображений и сигналов. СПб ГУАП, 2006.
3. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М.: Наука, 1989, С. 19 – 21.
4. Хармут Х. Теория секвентного анализа. М.: Мир, 1980, С. 43 – 70.
5. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970, С.283 – 293.
6. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений. М.: Сов. Радио, 1979, С. 22 – 27.

**UDK:** 004.932.4

**Title:** Investigation of strip-method for signal and image processing

**Author(s):**

Anastasia Alexandrovna Rassokhina (Novosibirsk State University)

**Abstract:** The article presents a strip-method of linear pre-distortion of signals and images using multiple types of transformation matrices. Matrices that are good enough to minimize the amplitude of the noise were determined. The dependence of the quality of data recovery on the location and size of the noise were investigated. Also we found the possibility of using the strip-method in combination with image compression and developed an algorithm that implements this approach.

**Keywords:** strip-method, noise, image processing, noise immunity, Hadamard matrix, data recovery