

**УДК:** 004.05

**Название:** Предметно-ориентированные системы переходов: объектная модель и язык

**Автор(ы):**

Ануреев И.С. (Институт систем информатики СО РАН)

**Аннотация:** В статье представлены объектная модель и язык предметно-ориентированных систем переходов — нового формализма, предназначенного для спецификации и апробации формальных методов обеспечения надежности программного обеспечения.

**Ключевые слова:** предметно-ориентированные системы переходов, семантика, верификация, онтология

**1. Введение.** Обеспечение надежности программного обеспечения (ПО) — актуальная задача теории и практики программирования. Важную роль в этом играют формальные методы. В настоящее время имеется довольно много инструментов разработки надежного ПО, базирующихся на формальных методах. Они покрывают многие аспекты его разработки, от проектирования и прототипирования программных систем (ПС) до их формальной спецификации и верификации.

Однако, если в Semantic Web прослеживается тенденция к интеграции разнородных данных и сервисов, в разработке надежного ПО мы по-прежнему имеем дело с разрозненным набором отдельных инструментов, каждый из которых покрывает лишь отдельный специфический аспект разработки и, как правило, рассчитан на использование лишь с небольшим числом компьютерных языков. Также заметен разрыв между огромным потенциалом развитых формальных методов и, за редким исключением, игрушечными примерами их применения [10]. Среди трудностей, препятствующих широкому распространению формальных методов, отметим сложность их изучения, высокую цену внедрения и неверие в них у представителей программной индустрии. Недостаточное внимание также уделяется технологическим аспектам разработки формальной семантики компьютерных языков, которая играет важную роль в обеспечении надежности ПО.

В [2, 3, 6] предложен унифицированный подход к обеспечению надежности программного обеспечения, который охватывает такие этапы разработки ПО, как прототипирование, проектирование, спецификация и верификация ПС. Этот подход также был использован для разработки формальной операционной семантики и логики безопасности (варианта аксиоматической семантики) компьютерных языков [5]. Он базируется на языке описания специализированных систем переходов. С помощью этих систем описываются модели ПС (в случае разработки семантики компьютерного языка описывается модель абстрактной машины этого языка.). Модель представляет собой пару — предметно-ориентированный язык, описывающий логику функционирования ПС, и его выполняемую семантику, описываемую специализированной системой переходов. Поэтому мы называем

эти системы переходов предметно-ориентированными системами переходов (ПОСП). На языке ПОСП специфицируются формальные методы обеспечения надежности ПО, применяемые к моделям ПС, что позволяет достаточно быстро внедрять их в процесс разработки ПО. ПОСП можно также рассматривать как "технологические" машины абстрактных состояний [8], в которых формализованы язык и объектная модель состояний и правил переходов. При этом, в отличие от языков реализации машин абстрактных состояний ASML [7] и XASM [9], обеспечивается более высокий уровень абстракции при спецификации ПС.

В [1, 4, 6] был представлен язык описания ПОСП Atoment и подязыки для описания отдельных видов ПОСП, ориентированных на решение тех или иных задач разработки надежного ПО. В этой статье мы представляем общую объектную модель всех видов ПОСП и новую более полную версию языка Atoment, базирующуюся на этой модели.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 11-01-0028-а «Интегрированный мультязыковый подход к верификации императивных программ» и междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 3 «Принципы построения онтологии на основе концептуализаций средствами логических дескриптивных языков».*

## 2. Предварительные понятия и обозначения.

Пусть  $Int$ ,  $Nat$ ,  $Nat^0$  и  $Bool$  обозначают множество целых чисел, множество натуральных чисел,  $Nat \cup \{0\}$  и  $\{true, false\}$ , соответственно.

Пусть  $A^*$  ( $A^+$ ) — множество всех конечных (непустых) последовательностей, состоящих из элементов множества  $A$ . Пусть  $seq_{emp}$  обозначает пустую последовательность. Пусть  $a_1 \dots a_n$  обозначает последовательность из элементов  $a_1, \dots, a_n$ . Пусть  $len(a)$  и  $a.i$  обозначают длину и  $i$ -й элемент последовательности или кортежа  $a$ , соответственно.

Пусть  $a \in X$  обозначает элемент  $a$  множества  $X$ , а  $a \notin X$  — элемент, не принадлежащий множеству  $X$ . Пусть  $a \subseteq X$  обозначает подмножество  $a$  множества  $X$ . Пусть  $pset(X)$  — множество всех подмножеств множества  $X$ .

Пусть  $X \rightarrow Y$  ( $X \rightarrow_t Y$ ) обозначает множество всех (тотальных) функций из  $X$  в  $Y$ . Пусть  $dom(f)$  обозначает область определения функции  $f$ . Будем считать, что  $f(x) = und$ , если  $x \notin dom(f)$ . Пусть  $dom(f) \cap dom(g) = \emptyset$ . Объединение  $f \cup g$  функций  $f$  и  $g$  определяется как функция  $h$  такая, что  $dom(h) = dom(f) \cup dom(g)$ ,  $h(x) = f(x)$  для  $x \in dom(f)$  и  $h(x) = g(x)$  для  $x \in dom(g)$ . Пусть  $im(f)$  обозначает образ функции  $f$ , т. е. множество  $\{f(x) \mid x \in dom(f)\}$ . Пусть  $im(f, X)$  обозначает образ функции  $f$  относительно множества  $X$ , т. е. множество  $\{f(x) \mid x \in X\}$ .

Логическая функция  $oDif$  определяется следующим образом:  $oDif(f, g, M) = true$  тогда и только тогда, когда  $f(x) = g(x)$  для  $x \notin M$ . Таким образом, значения функций  $f$  и  $g$  могут отличаться только на элементах множества  $M$ .

Говорят, что множество  $A$  определяется конструкторами  $f_1, \dots, f_n$ , если выполнены

следующие свойства:

- для любого  $a \in A$  существуют  $1 \leq i \leq n$  и  $b \in \text{dom}(f_i)$  такие, что  $a = f_i(b)$ ;
- для любых  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq n$ ,  $a \in \text{dom}(f_i)$ , и  $b \in \text{dom}(f_j)$ , если  $f_i(a) = f_j(b)$ , то  $i = j$ , и  $a = b$ .

Говорят, что множество  $A$  определяется конструкторами  $f_1, \dots, f_n$  с ограничением  $P \in A \rightarrow \text{Bool}$ , если  $A$  определяется  $f_1, \dots, f_n$ , и для любого  $a \in A$  выполнено  $P(a) = \text{true}$ . Говорят, что  $a$  содержит  $b$ , если  $a = b$ , или существуют конструктор  $f$  и элементы  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m, c$  такие, что  $a = f(x_1, \dots, x_n, c, y_1, \dots, y_m)$ , и  $c$  содержит  $b$ .

Пусть  $a \in A$  и  $a = f_i(b)$ . Расширим функции  $\text{len}$  и  $\cdot$  на множества, определяемые конструкторами, следующим образом: если  $b$  — кортеж или последовательность, то  $\text{len}(a) = \text{len}(b)$ , и  $a.k = b.k$ . Например,  $\text{len}(f_1(a, b)) = 2$ , и  $f_1(a, b).1 = a$  для кортежа  $(a, b)$ , и  $\text{len}(f_2(a)) = 3$ , и  $f_2(a).1 = b$  для последовательности  $a = b \ c \ d$ .

Система переходов определяется как пара  $(\text{Conf}, \text{tr})$ , где  $\text{Conf}$  — множество,  $\text{tr} \in \text{Conf} \times \text{Conf} \rightarrow \text{Bool}$ . Элементы  $\text{Conf}$  называются конфигурациями. Функция  $\text{tr}$  называется отношением перехода.

### 3. Базовые понятия теории предметно-ориентированных систем переходов.

Опишем виды объектов, из которых строится объектная модель ПОСП.

**3.1. Атомы, символы, элементы.** Пусть  $At$  — множество объектов, называемых атомами. Пусть  $Int \subseteq At$  и  $\text{true}, \text{und} \in At$ .

Пусть  $+v, -v \in At$ . Атомы  $+v$  и  $-v$  называются спецификаторами аргументов. Пусть  $ArgSpec = \{+v, -v\}$ . Элементы множества  $\{x \in At^+ \mid \text{если } \text{len}(x) \neq 0, \text{ то существует } 1 \leq i \leq \text{len}(x) \text{ такое, что } x.i \notin ArgSpec\}$  называются символами. Пусть  $Sym$  обозначает множество символов. Число вхождений спецификаторов аргументов в символ  $f$  называется местностью  $f$  и обозначается  $\text{arity}(f)$ .

Множество  $El$  элементов определяется конструкторами  $El_{at} \in At \rightarrow El$ ,  $El_{seq} \in El^* \rightarrow El$ , и  $El_{fun} \in \cup_{n \in Nat_0} (El^n \rightarrow El) \rightarrow El$ . Элементы  $e_{\in im(El_{at})}$ ,  $e_{\in im(El_{seq})}$  и  $e_{\in im(El_{fun})}$  называются атомарным элементом, символьным вызовом и функциональным элементом, соответственно.

Далее, если не оговорено противное, буквы  $e$  и  $p$  (возможно, с индексами и штрихами) обозначают элементы и последовательности элементов, соответственно.

Пусть  $a \in At$ ,  $M \subseteq At$  и  $b = b_1 \dots b_n \in At^+$ . Тогда  $a_{el}$ ,  $M_{el}$  и  $b_{el}$  обозначают  $El_{at}(a)$ ,  $\{a_{el} \mid a \in M\}$  и  $(b_1)_{el} \dots (b_n)_{el}$ , соответственно. Для  $e = i_{el}$ , где  $i \in Int$ , пусть  $e_{int}$  обозначает  $i$ . Пусть  $[p_1 \dots p_n]$  и  $/[b_1 \dots b_n]/$  обозначают  $El_{seq}(p_1 \dots p_n)$  и  $[(b_1)_{el} \dots (b_n)_{el}]$ , соответственно. Пусть  $/k[a_1 \dots a_k \ p_1 \dots p_n]$ ,  $[p_1 \dots p_n \ b_1 \dots b_m]m/$  и  $/k[a_1 \dots a_k \ p_1 \dots p_n \ b_1 \dots b_m]m/$  обозначают

$[(a_1)_{el} \dots (a_k)_{el} p_1 \dots p_n]$ ,  $[p_1 \dots p_n (b_1)_{el} \dots (b_m)_{el}]$  и  $[(a_1)_{el} \dots (a_k)_{el} p_1 \dots p_n (b_1)_{el} \dots (b_m)_{el}]$ , соответственно.

Пусть  $f$  — функция,  $dom(f) \subseteq El$ , и  $M \in dom(f)$ . Пусть  $nar(f, M)$  обозначает функцию  $g$  такую, что  $g(x) = f(x)$  для  $x \in M$ , и  $g(x) = und_{el}$  для  $x \in dom(f) \setminus M$ .

**3.2. Контексты вычисления.** Пусть  $EvCont$  — множество объектов, называемых контекстами вычисления. Определение контекстов вычисления может различаться в различных ситуациях. Далее буква  $q$  (возможно, с индексами и штрихами) обозначает контекст вычисления.

**3.3. Состояния.** Пусть  $StSym \subseteq Sym$ . Состояние  $s$  относительно базиса  $(At, StSym)$  определяется как функция из  $StSym \times Int \rightarrow_t \cup_{n \in Nat_0} (El^n \rightarrow_t El)$  такая, что  $s(f, i) \in El^{arity(f)} \rightarrow_t El$ , и выполнено свойство конечности состояния:  $\{p \mid s(f, i)(p) \neq und_{el}, f \in StSym, i \in Int \text{ и } p \in El^{arity(f)}\}$  конечно. Пусть  $St$  — множество всех состояний относительно базиса  $(At, StSym)$ . Пусть  $EvCont = St \times Int$ . Элемент  $s(f, i)$  называется интерпретацией (значением) символа  $f$  в контексте  $(s, i)$ .

**3.4. Контексты состояний.** Функция  $c \in StSym \rightarrow_t Int$  называется контекстом состояния. Пусть  $StCont$  — множество всех контекстов состояний.

Элемент  $e$  называется представлением контекста состояния  $c$  и обозначается  $contRep(c)$ , если  $e = El_{fun}(g)$ ,  $g \in El \rightarrow El$ ,  $g(El_{seq}(f_{el})) = (c(f))_{el}$  для  $f \in StSym$ , и  $g(e) = und_{el}$  для  $e \in El \setminus \{El_{seq}(f_{el}) \mid f \in StSym\}$ . Пусть  $n > 0$  и  $f_1, \dots, f_n \in StSym$ .

Далее, если не оговорено противное, буквы  $s$  и  $c$  (возможно, с индексами и штрихами) обозначают состояния и контексты состояния, соответственно.

**3.5. Интерпретации символов.** Пусть  $PreSym \subseteq Sym$ . Интерпретация символов  $\tau$  относительно базиса  $(At, PreSym)$  определяется как функция из  $PreSym \times EvCont \rightarrow_t \cup_{n \in Nat_0} (El^n \rightarrow_t El)$  такая, что  $\tau(f, q) \in El^{arity(f)} \rightarrow_t El$  для любых  $f \in PreSym$ , и  $q \in EvCont$ . Элемент  $\tau(f, q)$  называется значением символа  $f$  при интерпретации  $\tau$  в контексте  $q$ .

**3.6. Элементы как примеры символов.** Множество  $TypArg$  типизированных аргументов определяется конструктором  $TypArg \in (El \times ArgSpec)^* \rightarrow TypArg$ . Элемент  $e$  — пример  $f \in Sym$  относительно  $a \in TypArg$  тогда и только тогда, когда выполнено первое подходящее свойство:

- если  $e = [e']$ ,  $f = u_{\in ArgSpec}$ , и  $a = TypArg((e', u))$ , то  $true$ ;
- если  $e = [e' p_{\in El+}]$ ,  $f = u_{\in ArgSpec} v_{\in At^*}$ , и  $a = TypArg((e', u) d)$ , то  $[p]$  — пример  $v$  относительно  $TypArg(d)$ ;
- если  $e = /[f_{\in At}]/$ , то  $true$ ;

- если  $e = /1[b_{\in At} p_{\in El^+}]$ , и  $f = b w$ , то  $[p]$  — пример  $w$  относительно  $a$ ;
- *false*.

Один и тот же элемент может быть примером для разных символов, поэтому возможен конфликт при выборе символа, соответствующего этому элементу. Мы считаем, что определена функция  $match_{sym} \in pset(Sym) \times El \rightarrow StSym \times TypArg$ , разрешающая этот конфликт, такая, что, если  $match_{sym}(Sy, e) = (f, a)$ , то  $e$  — пример  $f$  относительно  $a$ . Эта функция зависит от множества допустимых символов  $Sy$ . Элемент  $e$  называется примером  $f$ , если  $match_{sym}(Sy, e) = (f, a)$ . Элемент  $e$  называется вызовом символа  $f$ , если  $e$  — пример  $f$ . Элемент  $e$  называется вызовом символа  $f$  с аргументами  $a$ , если  $match_{sym}(Sy, e) = (f, a)$ .

**3.7. Семантика элементов.** Функция означивания элементов  $val \in El \times EvCont \rightarrow El$  относительно базиса  $(PreSym, \tau)$ , где  $EvCont = St \times StCont$ , определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $val(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, q) = e$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in StSym \setminus PreSym$ , то  $val(e, q) = q.1(f, q.2(f))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ ,  $f \in StSym \cap PreSym$ , и  $q.1(f, q.2(f))(argVal(a, q)) = und_{el}$ , то  $val(e, q) = \tau(f, q)(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in ContSym \cap PreSym$ , то  $val(e, q) = q.1(f, q.2(f))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in PreSym$ , то  $val(e, q) = \tau(f, q)(argVal(a, q))$ ;
- $val(e, q) = und_{el}$ .

Элемент  $val(e, q)$  называется значением элемента  $e$  в контексте  $q$ . Функция  $argVal \in TypArg \times EvCont \rightarrow El^*$  возвращает значения аргументов символа  $f$  и определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $argVal(TypArg(seq_{emp}), q) = seq_{emp}$ ;
- $argVal(TypArg((/1[+v e], w) d), q) = val(e, q) argVal(TypArg(d), q)$ ;
- $argVal(TypArg((/[ -v e], w) d), q) = e argVal(TypArg(d), q)$ ;
- $argVal(TypArg((e, +v) d), q) = val(e, q) argVal(TypArg(d), q)$ ;

- $argVal(TypArg((e, -v) d), q) = e argVal(TypArg(d), q)$ .

Исходя из определений функций  $val$  и  $argVal$ , можно отметить следующее. Если элемент соответствует аргументу символа  $f$  со спецификатором  $+v$ , то функция  $q.1(f, q.2(f))$  получает на вход значение этого элемента. Если элемент соответствует аргументу символа  $f$  со спецификатором  $-v$ , то функция  $q.1(f, q.2(f))$  получает на вход сам этот элемент.

**3.8. Подстановки.** Функция  $\sigma \in At \rightarrow El^*$  называется подстановкой. Пусть  $Sub$  — множество всех подстановок. Если  $dom(\sigma) = \{x_1, \dots, x_n\}$ , то  $\sigma$  может записываться как  $((x_1, \sigma(x_1)), \dots, (x_n, \sigma(x_n)))$ . Функция подстановки  $sub \in El^* \times Sub \rightarrow El^*$  относительно  $\sigma$  определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $sub(seq_{emp}, \sigma) = seq_{emp}$ ;
- $sub(El_{at}(u_{\in dom(\sigma)}), \sigma) = \sigma(u)$ ;
- $sub(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, \sigma) = e$ ;
- $sub([p], \sigma) = [sub(p, \sigma)]$ ;
- $sub(e p, \sigma) = sub(e, \sigma) sub(p, \sigma)$ .

**3.9. Конфигурации.** Конфигурация  $t$  относительно базиса  $(At, StSym, PreSym, \tau)$  определяется как тройка  $(p, s, c)$ . Компоненты  $p$ ,  $s$  и  $c$  конфигурации специфицируют, что выполняется, над чем и в каком контексте, соответственно.

Далее, если не оговорено противное, буква  $t$  (возможно, с индексами и штрихами) обозначает конфигурацию.

**3.10. Правила перехода.** Пусть  $+s \in At$ . Элементы вида  $u_{el}$  и  $/[+s u]/$ , где  $u \in At$ , называются спецификаторами переменных образца. Говорят, что эти элементы специфицируют переменную  $u$ . Пусть  $VarSpec$  — множество всех спецификаторов переменных образца. Значение переменной  $u$ , определяемой спецификатором  $El_{at}(u)$ , принадлежит  $El$ . Значение переменной  $u$ , определяемой спецификатором  $/[+s u]/$ , принадлежит  $El^*$ .

Множество  $Rul$  правил перехода определяется конструктором  $Rul \in El \times VarSpec^* \times El^* \rightarrow Rul$  со следующим ограничением: если  $r \in Rul$ ,  $1 \leq i, j \leq len(r.2)$ ,  $r.2.i$  и  $r.2.j$  специфицируют одну и ту же переменную, то  $i = j$ .

Пусть  $r \in Rul$ . Элемент  $r.1$ , переменные, входящие в  $r.2$ , и последовательность  $r.3$  называются образцом, переменными образца и телом правила  $r$ , соответственно.

Говорят, что  $r$  применимо к  $e$  относительно  $\sigma_{\in Sub}$ , если  $sub(r.1, \sigma) = e$ ,  $dom(\sigma)$  — множество переменных образца правила  $r$ ,  $\sigma(u) \in El$  для  $u_{el} \in r.2$ , и  $\sigma(u) \in El^*$  для  $/[+s u]/ \in r.2$ .

Правило может быть применимо к одному и тому же элементу относительно разных подстановок, поэтому возможен конфликт при выборе подстановки, соответствующей этому элементу. Мы считаем, что определена функция  $match_{sub} \in El \times Rul \rightarrow Sub$ , разрешающая этот конфликт, такая, что, если  $match_{sub}(e, r) \neq und$ , то  $r$  применимо к  $e$  относительно  $match_{sub}(e, r)$ .

На практике встречается случай, когда требуется подставить в качестве значения переменной образца не сопоставленный элемент, а его значение. Пусть  $++v \in At$ . Когда требуется сопоставить переменной образца элемент  $e$  и вычислить его значение, этот элемент заменяется в сопоставляемом выражении на  $/1[++v e]$ . Расширим определение функции  $match_{sym}$  на этот случай. Соответствующая функция  $match_{sub} \in El \times Rul \times Conf \rightarrow Sub$  определяется следующим образом:

- если  $match_{sub}(e, r) = und$ , то  $match_{sub}(e, r, t) = und$ ;
- $dom(match_{sub}(e, r, t)) = dom(match_{sub}(e, r))$ ;
- для любого  $u \in dom(match_{sub}(e, r))$  выполнено первое подходящее свойство:
  - если  $u \in r.2$  и  $match_{sub}(e, r)(u) = /1[++v e]$ , то  $match_{sub}(e, r, t)(u) = val(e, (t.2, t.3))$ ;
  - если  $u \in r.2$ , то  $match_{sub}(e, r, t)(u) = match_{sub}(e, r)(u)$ ;
  - если  $/[+s u]/ \in r.2$ , то  $len(match_{sub}(e, r, t)(u)) = len(match_{sub}(e, r)(u))$ , и для любого  $1 \leq i \leq len(match_{sub}(e, r)(u))$  выполнено первое подходящее свойство:
    - \* если  $match_{sub}(e, r)(u).i = /1[++v e]$ , то  $match_{sub}(e, r, t)(u).i = val(e, (t.2, t.3))$ ;
    - \*  $match_{sub}(e, r, t)(u).i = match_{sub}(e, r)(u).i$ .

Говорят, что  $r$  применимо к  $e$  в конфигурации  $t$ , если  $match_{sub}(e, r, t) \neq und$ .

**3.11. Определение ПОСП.** Пусть  $tr_{interp} \in Conf \times Conf \rightarrow Bool$  и  $PredEl \subseteq El$ . Система переходов  $\rho = (Conf, tr)$  называется предметно-ориентированной относительно базиса  $(At, StSym, PreSym, \tau, RulSet \subseteq Rul, match_{sym}, match_{sub}, PredEl, tr_{interp})$ , если выполнены следующие свойства:

- $Conf$  — множество всех конфигураций относительно  $(At, StSym, PreSym, \tau)$ ;
- $tr(t, t') = true$  тогда и только тогда, когда  $t.1 = e p$ , и выполнено одно из двух условий:  $e \in PredEl$  и  $tr_{interp}(t, t') = true$ , или  $e \notin PredEl$ , и существует  $r \in RulSet$  такое, что  $tr(t, t', r) = true$ . Функция  $tr$  с дополнительным аргументом  $r$  определяется следующим образом:  $tr(t, t', r) = true$  тогда и только тогда, когда  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ ,  $t'.1 = sub(r.3, match_{sub}(e, r, t)) p$ ,  $t'.2 = t.2$  и  $t'.3 = t.3$ .

Предметная ориентированность системы переходов  $\rho$  определяется ее базисом. Пусть  $base(\rho)$  обозначает базис  $\rho$ . Функция  $tr_{interp}$  называется интерпретированным отношением перехода, а элементы  $PredEl$  — предопределенными элементами. Пусть  $tr(t, t') = true$ . Тогда  $t.1$  ( $t.2, t.3$ ) и  $t'.1$  ( $t'.2, t'.3$ ) называются входной и выходной управляющими последовательностями (входным и выходным состояниями, входным и выходным контекстами) перехода, соответственно.

**3.12. Понятия, связанные с переходом в ПОСП.** Конфигурация  $t$  называется заключительной, если не существует  $t'$  такой, что  $tr(t, t') = true$ . Конфигурация  $t$  называется заключительной относительно  $r \in RulSet$ , если не существует  $t'$  такой, что  $tr(t, t', r) = true$ . Трассой называется конечная последовательность конфигураций  $t_1 \dots t_n$  такая, что  $tr(t_i, t_{i+1}) = true$  для  $1 \leq i \leq n - 1$ . Пусть  $Trace$  — множество всех трасс.

В следующих разделах, если не оговорено противное, используются следующие сокращения. Пусть  $f \in At$ . Пусть  $A_f$  обозначает  $(f, t.3(f))$  для символов вида  $f$ . Пусть  $A_f$  обозначает  $(f -v, t.3(f -v))$  для символов вида  $f -v$ . Пусть  $v_f$  и  $v'_f$  обозначают  $t.2(A_f)$  и  $t'.2(A_f)$ , соответственно.

**4. Предопределенные символы.** В этом разделе описываются общезначимые предопределенные символы из  $PreSym$ .

**4.1. Символ  $-vv -v$ .** Пусть  $-vv \in At$ . Символ  $-vv -v$  имеет следующую семантику:  $\tau(-vv -v, q)(e) = e$ .

**4.2. Символ  $+vv +v$ .** Пусть  $+vv \in At$ . Символ  $+vv +v$  имеет следующую семантику:  $\tau(+vv +v, q)(e) = val(e, q)$ .

**4.3. Нумерованные элементы.** Пусть  $el \in At$ . Символ  $el +v$  имеет следующую семантику:

- если  $e \in Int_{el}$ , то  $\tau(el +v, q)(e) = /1[el e]$ ;
- в противном случае  $\tau(el +v, q)(e) = und_{el}$ .

Элементы вида  $/[el i_{\in Int}]$  называются нумерованными элементами.

Пусть  $(x)^n$  обозначает последовательность из  $n$  вхождений атома  $x$ .

**4.4. Контекстные символы.** Пусть  $cont \in At$ . Семейство символов  $\{cont +v (-v)^n\}_{n \in Nat}$  имеет следующую семантику:

- если  $n \geq 1$  и  $q \in St \times StSym$ , то  $\tau(cont +v (-v)^n, q)((i_{\in Int})_{el}, e_1, \dots, e_n) = val([e_1 \dots e_n], (q.1, q.2, i))$ ;
- в противном случае  $\tau(cont +v (-v)^n, q)(e, e_1, \dots, e_n) = und_{el}$ .

Элементы вида  $/1[cont p]$  называются контекстными элементами.

Пусть  $EvCont = St \times StCont \times Int$ . Пусть  $q' = (q.1, q.2)$ . Функция  $val \in El \times EvCont \rightarrow El$  относительно базиса  $(PreSym, \tau)$  определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $val(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, q) = e$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in StSym \setminus PreSym$ , то  $val(e, q) = q.1(f, q.3)(argVal(a, q'))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ ,  $f \in StSym \cap PreSym$ , и  $s(f, q.3)(argVal(a, q')) = und_{el}$ , то  $val(e, q) = \tau(f, q)(argVal(a, q'))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in ContSym \cap PreSym$ , то  $val(e, q) = q.1(f, q.3)(argVal(a, q'))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in PreSym$ , то  $val(e, q) = \tau(f, q)(argVal(a, q'))$ ;
- $val(e, q) = und_{el}$ .

**4.5. Функциональные элементы.** Пусть  $sym \in At$ . Семейство символов  $\{sym (-v)^n\}_{n \in Nat}$  имеет следующую семантику:

- если  $n \geq 1$ ,  $f_{\in StSym} = e_1 \dots e_n$ , и  $q \in St \times StSym$ , то  $\tau(sym (-v)^n, q)(e_1, \dots, e_n) = El_{fun}(q.1(f, q.2(f)))$ ;
- если  $n \geq 1$ ,  $f_{\in StSym} = e_1 \dots e_n$ , и  $q \in St \times StSym \times Int$ , то  $\tau(sym (-v)^n, q)(e_1, \dots, e_n) = El_{fun}(q.1(f, q.3))$ ;
- в противном случае  $\tau(sym (-v)^n, q)(e_1, \dots, e_n) = und_{el}$ .

Элементы вида  $/[sym f_{\in StSym}]/$  называются функциональными элементами.

**4.6. Атомы и символы.** Пусть  $is, atom, sym \in At$ . Символы  $-v is atom$  и  $-v is sym$  описывают атомы и символы, соответственно. Они имеют следующую семантику:

- $s(-v is atom)(x) = true$  тогда и только тогда, когда  $x \in At$ ;
- $s(-v is sym)(x) = true$  тогда и только тогда, когда  $x \in Sym$ .

**4.7. Символы  $oDif +v +v +v$  и  $oDifSeq +v +v +v$ .** Символ  $oDif +v +v +v$  имеет следующую семантику:  $\tau(oDif +v +v +v, q)(x, y, z) = true$  тогда и только тогда, когда выполнено первое подходящее свойство:

- если  $x = El_{fun}(x')$ ,  $x' \in El^n \rightarrow_t El$ ,  $y = El_{fun}(y')$ ,  $y' \in El^n \rightarrow_t El$ , то  $oDif(x', y', \{z\}) = true$ ;
- *false*.

Символ  $oDifSeq +v +v +v$  имеет следующую семантику:  $\tau(oDifSeq +v +v +v, q)(x, y, z) = true$  тогда и только тогда, когда выполнено первое подходящее свойство:

- если  $x = El_{fun}(x')$ ,  $x' \in El^n \rightarrow_t El$ ,  $y = El_{fun}(y')$ ,  $y' \in El^n \rightarrow_t El$  и  $z = [z_1 \dots z_n]$ , то  $oDif(x', y', \{z_1, \dots, z_n\}) = true$ ;
- *false*.

**4.8. Ветвление по неопределенности.** Пусть  $else \in At$ . Символ  $+v else -v$  называется ветвлением по неопределенности и имеет следующую семантику:

- если  $e = und_{el}$ , то  $\tau(+v else -v, q)(e, e') = val(e', q)$ ;
- В противном случае  $\tau(+v else -v, q)(e, e') = e$ .

Вариант  $+v elsev +v$  этого символа имеет семантику

- если  $e = und_{el}$ , то  $\tau(+v elsev +v, q)(e, e') = e'$ ;
- в противном случае  $\tau(+v elsev +v, q)(e, e') = e$ .

**4.9. Условный элемент.** Пусть  $if, then, else \in At$ . Символ  $if +v then -v else -v$  называется условным элементом и имеет следующую семантику:

- если  $e = true_{el}$ , то  $\tau(if +v then -v else -v, q)(e, e', e'') = val(e', q)$ ;
- в противном случае  $\tau(if +v then -v else -v, q)(e, e', e'') = val(e'', q)$ .

**4.10. Нормализация постусловия.** Пусть  $ver \in At$ . Символ  $postNorm -v +v$  называется нормализацией постусловия и используется в дедуктивных ПОСП для нормализации постусловия при проверке корректности тела функции. Пусть  $len(p) = n$ . Этот символ имеет следующую семантику (применяется первый подходящий случай):

- $\tau(postNorm -v, q)(e, i_{\notin Int}) = und_{el}$ ;
- $\tau(postNorm -v, q)(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, i) = e$ ;
- $\tau(postNorm -v, q)([nextSt p], i) = [\tau(postNorm -v, q)(p_1, i) \dots \tau(postNorm -v, q)(p_n, i)]$ ;
- $\tau(postNorm -v, q)([p], i) = [ver i i \tau(postNorm -v, q)(p_1, i) \dots \tau(postNorm -v, q)(p_n, i)]$ .

**4.11. Операции над целыми числами.** Целые числа задаются элементами вида  $i_{el}$ , где  $i \in \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .

Пусть  $+, -, *, \text{div}, \text{mod} \in At$ . Арифметические операции сложения, вычитания, умножения, нахождения целой части от деления и нахождения остатка от деления определяются соответствующими символами  $+v + +v$ ,  $+v - +v$ ,  $+v * +v$ ,  $+v \text{div} +v$  и  $+v \text{mod} +v$ .

Пусть  $=, !=, <, <=, >, >= \in At$ . Арифметические отношения над целыми числами определяются соответствующими символами  $+v = +v$ ,  $+v != +v$ ,  $+v < +v$ ,  $+v <= +v$ ,  $+v > +v$  и  $+v >= +v$ .

**4.12. Логические операции.** Пусть  $false \in At$ . Логические константы задаются элементами  $true_{el}$  и  $false_{el}$ .

Пусть  $and, or, not, =>, <=> \in At$ . Логические связки конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация и эквивалентность определяются соответствующими символами  $+v \text{and} +v$ ,  $+v \text{or} +v$ ,  $\text{not} +v$ ,  $+v => +v$  и  $+v <=> +v$ . В качестве ложного значения выступает любой элемент, не равный  $true_{el}$ . Выражение  $(e_1 \text{and} \dots \text{and} e_n)$  является сокращением для  $((\dots (e_1 \text{and} e_2) \text{and} \dots e_{n-1}) \text{and} e_n)$ . Аналогичное сокращение используется для  $or$ .

Пусть  $forall, exists \in At$ . Кванторы всеобщности и существования  $\forall xA$  и  $\exists xA$  определяются символами  $\text{forall} -v -v$  и  $\text{exist} -v -v$ , соответственно. Выражение  $\text{forall} x_1 \dots x_n e$  является сокращением для  $(\text{forall} x_1 \dots (\text{forall} x_{n-1} (\text{forall} x_n e)))$ . Аналогичное сокращение используется для  $exist$ .

**5. Базовые виды предметно-ориентированных систем переходов.** В этом разделе рассматриваются базовые виды ПОСП. Конкретные, используемые на практике ПОСП обычно определяются как комбинации базовых видов ПОСП.

**5.1. ПОСП со счетчиком.** Пусть  $count \in At$ . ПОСП  $\rho$  называется ПОСП со счетчиком, если  $count \in StSym \setminus PreSym$ , и  $v_{count} \in \emptyset \rightarrow Int_{el}$  для любой  $t \in Conf$ . Символ  $count$  называется счетчиком;

**5.2. ПОСП с возвращаемым значением.** Пусть  $val \in At$ . ПОСП  $\rho$  называется ПОСП с возвращаемым значением, если  $val \in StSym \setminus PreSym$ . Символ  $val$  называется спецификатором возвращаемого значения. Говорят, что управляющая последовательность  $p$  возвращает значение  $v_{\in El}$  в состоянии  $s$  в контексте  $c$ , если  $tr((p, s, c), t') = true$  для некоторой конфигурации  $t'$  и  $t'.2(val, t'.3(val))() = v$ .

**5.3. ПОСП с инкрементом счетчика.** Пусть  $count++ \in At$ . ПОСП  $\rho$  со счетчиком и возвращаемым значением называется ПОСП с инкрементом счетчика, если  $PredEl$  включает элемент  $/[count++] /$ , называемый инкрементом счетчика, со следующей семантикой:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[count++] / p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}, A_{val}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + 1)_{el}$ ,  $v'_{val}() = v'_{count}()$  и  $t'.3 = t.3$ .

**5.4. ПОСП с генерацией нумерованных элементов.** Пусть  $newEl \in At$ . ПОСП  $\rho$  со счетчиком и возвращаемым значением называется ПОСП с генерацией нумерованных элементов, если  $PredEl$  включает элемент  $/[newEl]/$ , называемый генератором нумерованного элемента, со следующей семантикой:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[newEl]/ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}, A_{val}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + 1)_{el}$ ,  $v'_{val}() = /1[el v'_{count}()]$  и  $t'.3 = t.3$ .

**5.5. Условные ПОСП.** ПОСП  $\rho$  называется условной ПОСП, если выполнены следующие свойства:

- $Rul$  определяется конструктором  $Rul_{cond} \in El \times VarSpec^* \times El^* \times El \rightarrow Rul$ . Дополнительная компонента  $r.4$  называется условием  $r$ , а правило  $r$  — условным правилом;
- отношение применимости правила переопределяется следующим образом:  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ , если  $match_{sub}(e, r, t) \neq und$ , и  $val(sub(r.4, match_{sub}(e, r, t)), (t.2, t.3)) = true_{el}$ .

Таким образом, условное правило применимо только в том случае, если выполнено его условие.

**5.6. ПОСП с переменными истории.** Пусть  $hvar \in At$ . ПОСП  $\rho$  со счетчиком называется ПОСП с переменными истории, если выполнены следующие свойства:

- для любого  $i \in Int$  выполнено свойство  $hvar i \in StSym \setminus PreSym$ . Элемент вида  $/[hvar i]/$  называется переменной истории ПОСП  $\rho$ , а  $i \in Int$  — индексом этой переменной. В переменных истории хранятся промежуточные результаты (история) функционирования  $\rho$ ;
- $Rul$  определяется конструктором  $Rul_{hvar} \in El \times VarSpec^* \times El^* \times At^* \rightarrow Rul$  со следующим ограничением: множества переменных образца и элементов  $r.4$  не пересекаются для любого  $r \in RulSet$ . Дополнительная компонента  $r.4$  называется декларацией переменных истории и используется для добавления переменных истории  $/[hvar i]/$  с индексами  $i \in Int$  такими, что  $(v_{count}())_{int} < i \leq (v_{count}())_{int} + len(r.4)$ , в управляющие последовательности. Элементы  $r.4$  называются переменными истории правила  $r$ ;
- пусть функция  $hvarSub \in Rul \times St \rightarrow Sub$  определяется следующим образом:  $dom(hvarSub)$  — множество переменных истории  $r$  и  $hvarSub(r, s)(r.4.j) = /[hvar (v_{count}())_{int} + j]/$  для  $1 \leq j \leq len(r.4)$ . Отношение  $tr$  переопределяется следующим образом:  $tr(t, t', r) = true$  тогда и только тогда, когда  $t.1 = e p$ ,  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ ,  $t'.1 = sub(r.3, match_{sub}(e, r, t) \cup hvarSub(r, t.2)) p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + len(r.4))_{el}$ , и  $t'.3 = t.3$ .

**5.7. ПОСП с частично интерпретированными телами правил.** ПОСП  $\rho$  называется ПОСП с частично интерпретированными телами правил, если  $tr$  переопределяется следующим образом:  $tr(t, t', r) = true$  тогда и только тогда, когда  $t.1 = e$ ,  $p$ , и существует  $r \in RulSet$  такое, что  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ ,  $t'.1 = partVal(sub(r.3, match_{sub}(e, r, t)), (t.2, t.3))$ ,  $p$ ,  $t'.2 = t.2$ , и  $t'.3 = t.3$ ;

Пусть  $EvCont = St \times StCont$ . Функция  $partVal \in El^* \times EvCont \rightarrow El^*$  вычисляет элементы вида  $/1[interp\ e]$  в теле правила  $r$  и определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $partVal(seq_{emp}, q) = seq_{emp}$ ;
- $partVal(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, q) = e$ ;
- $partVal(/1[interp\ e], q) = val(partVal(e, q), q)$ ;
- $partVal([p], q) = [partVal(p, q)]$ ;
- $partVal(e\ p, q) = partVal(e, s, c)\ partVal(p, q)$ .

**5.8. ПОСП с определениями символов.** Эти ПОСП используются для спецификации предопределенных символов. Значение символа, сопоставленного с образцом, определяется как значение, возвращаемое телом правила. ПОСП  $\rho$  называется ПОСП с определениями символов, если выполнены следующие свойства:

- наряду с обычными правилами используются правила, в которых множество спецификаторов переменных  $VarSpec$  переопределяется следующим образом. Элементы вида  $/[-v\ u]/$  и  $u$ , где  $u \in At$ , называются спецификаторами переменных образца. Пусть  $r \in RulSet$ . Определяемый правилом  $r$  символ  $f$  является результатом замены в образце правила  $r$  переменных со спецификаторами  $/[-v\ u]/$  и  $u$  на спецификаторы аргументов  $-v$  и  $+v$ , соответственно.
- значение  $val(e, q)$  вызова функции  $f$  в контексте  $q \in St \times StCont$  определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):
  - если  $tr((e, q.1, q.2), t') = true$ , и  $tr((e, q.1, q.2), t'') = true$ , где  $t', t''$  — заключительные конфигурации, и  $val((val), (t'.2, t'.3)) \neq val((val), (t''.2, t''.3))$ , то  $val(e, q) = und_{el}$ ;
  - если не существует заключительной конфигурации  $t'$  такой, что  $tr((e, q.1, q.2), t') = true$ , то  $val(e, q) = und_{el}$ ;
  - если  $tr((e, q.1, q.2), t') = true$ , где  $t'$  — заключительная конфигурация, то  $val(e, q) = val((val), (t'.2, t'.3))$ .

Заметим, что при вычислении значения вызова символа  $f$ , определяемого правилом ПОСП  $\rho$ , после вычисления, следующие переходы выполняются в контексте, в котором вычислялся  $f$ , т. е. происходит откат из конфигурации, полученной в результате вычисления  $f$ , в исходную конфигурацию.

**5.9. Бэктрекинг в ПОСП.** Использование бэктрекинга в ПОСП расширяет выразительные возможности этих систем. Формально он определяется как отношение перехода на последовательностях расширенных конфигураций.

Пусть  $EConf$  — множество четверок  $(p, s, c, R_{\subseteq RulSet})$ , называемых расширенными конфигурациями. Четвертая компонента определяет, какие правила перехода уже применялись при переходе из конфигурации  $(p, s, c)$ . Пусть  $BackSym$  — конечное множество символов. Оно специфицирует символы, значения которых сохраняются при возвратах. Функция  $ifSt(s, s')$  возвращает состояние и определяется следующим образом:

- если  $f \in BackSym$ , то  $ifSt(s, s')(f) = s'(f)$ ;
- если  $f \in StSym \setminus BackSym$ , то  $ifSt(s, s')(f) = s(f)$ .

Выделяется два вида бэктрекинга — управляемый бэктрекинг и полный перебор с возвратом.

**5.10. ПОСП с управляемым бэктрекингом.** Пусть  $backtrack, branch \in At$ . Пусть  $ba(s, c)$  и  $fi(s, c)$  обозначают  $(backtrack_{el}, s, c, \emptyset)$  и  $(seq_{emp}, s, c, \emptyset)$ , соответственно. Пусть  $w \in im(El_{seq})^*$ , и  $t, t' \in EConf$ . Отношение перехода  $tr \in EConf^* \times EConf^* \rightarrow Bool$  называется управляемым бэктрекингом, если  $tr(u, u') = true$  тогда и только тогда, когда выполнено первое подходящее свойство:

- $u = u'' (backtrack_{el} p, s, c, R)$ , где  $p \neq seq_{emp}$ , или  $R \neq \emptyset$ , и  $u' = u'' ba(s, c)$ ;
- $u = u'' (/1[branch [p'] w] p, s, c, R) ba(s'', c'')$ , и  $u' = u'' (/1[branch w] p, s, c, R) (p' p, ifSt(s, s''), c, \emptyset)$ ;
- $u = u'' t (/ [branch] / p, s, c, R) ba(s'', c'')$ , и  $u' = u'' t ba(s'', c'')$ ;
- $u = (/ [branch] / p, s, c, R) ba(s'', c'')$ , и  $u' = ba(ifSt(s, s''), c)$ ;
- $u = u'' (/1[branch [p'] w] p, s, c, R)$ , и  $u' = u'' (/1[branch w] p, s, c, R) (p' p, s, c, \emptyset)$ ;
- $u = u'' (/ [branch] / p, s, c, R)$ , и  $u' = u'' fi(s, c)$ ;
- $u = u'' (e p, s, c, R) ba(s'', c'')$ ,  $e \notin PredEl$ ,  $r \in RulSet \setminus R$ ,  $tr((e p, ifSt(s, s''), c), (p', s', c'), r) = true$ , и  $u' = u'' (e p, s, c, R \cup \{r\}) (p', s', c', \emptyset)$ ;
- $u = u'' t t' ba(s'', c'')$ , и  $u' = u'' t ba(s'', c'')$ ;

- $u = (p, s, c, R) \text{ ba}(s'', c'')$ , и  $u' = \text{ba}(\text{ifSt}(s, s''), c)$ ;
- $u = \text{ba}(s, c)$ , и  $u' = \text{fi}(s, c)$ ;
- $u = u'' (e \ p, s, c, R)$ ,  $e \notin \text{PredEl}$ ,  $r \in \text{RulSet} \setminus R$ ,  $\text{tr}((e \ p, s, c), (p', s', c'), r) = \text{true}$ , и  $u' = u'' (e \ p, s, c, R \cup \{r\}) (p', s', c', \emptyset)$ ;
- если  $u = u'' (e \ p, s, c, R)$ ,  $e \in \text{PredEl}$ ,  $\text{tr}_{\text{interp}}((e \ p, s, c), (p', s', c')) = \text{true}$ , и  $u' = u'' (ep, s, c, R) (p', s', c', \emptyset)$ ;
- *false*.

Элемент  $\text{backtrack}_{el}$ , называемый условием возврата, инициирует возврат в ПОСП. Элемент  $/1[\text{branch } p]$  называется элементом ветвления и используется для выполнения перебора вариантов с возвратом.

ПОСП называется ПОСП с управляемым бэктрекингом, если  $\text{tr}$  на расширенных конфигурациях является управляемым бэктрекингом.

**5.11. ПОСП с полным перебором.** Отношение перехода  $\text{tr} \in \text{EConf}^* \times \text{EConf}^* \rightarrow \text{Bool}$  называется полным перебором с возвратом, если  $\text{tr}(u, u') = \text{true}$  тогда и только тогда, когда выполнено первое подходящее свойство:

- $u = u'' (p, s, c, R)$ , где  $p \neq \text{seq}_{emp}$ , или  $R \neq \emptyset$ ,  $(p, s, c, R)$  — заключительная конфигурация и  $u' = u'' \text{ fi}(s, c)$ ;
- $u = u'' ([/1[\text{cases } p'] \ p, s, c, R) \ u''$ , где  $p \neq \text{seq}_{emp}$ , или  $R \neq \emptyset$ ,  $(p, s, c, R)$  — заключительная конфигурация, и  $u' = u'' ([/1[\text{casesRest } () \ p'] \ p, s, c, R) \ u''$ ;
- $u = u'' ([/1[\text{casesRest } (w_1 \dots w_n) 1[\text{if } e \ \text{then}_{el} \ p'] \ p''] \ p, s, c, R) \ \text{fi}(s'', c'')$ , и  $u' = u'' ([/1[\text{casesRest } (w_1 \dots w_n \ e) \ p''] \ p, s, c, R) \ (/1[\text{assume } ((\text{not}(w_1 \ \text{and} \dots \ \text{and } w_n)) \ \text{and } e)] \ p' \ p, \text{ifSt}(s, s''), c, \emptyset)$ ;
- $u = u'' ([/1[\text{casesRest } (w_1 \dots w_n) 1[\text{else } p'] \ p''] \ p, s, c, R) \ \text{fi}(s'', c'')$ , и  $u' = u'' ([/1[\text{assume } (\text{not}(w_1 \ \text{and} \dots \ \text{and } w_n))] \ p' \ p, \text{ifSt}(s, s''), c, \emptyset)$ ;
- $u = (/[\text{casesRest}] / \ p, s, c, R) \ \text{fi}(s'', c'')$ , и  $u' = \text{fi}(\text{ifSt}(s, s''), c)$ ;
- $u = u'' (/[\text{casesRest}] / \ p, s, c, R) \ \text{fi}(s'', c'')$ , и  $u' = u'' \ \text{fi}(s'', c'')$ ;
- $u = u'' ([/1[\text{casesRest } (w_1 \dots w_n) \ /1[\text{if } e \ \text{then}_{el} \ p'] \ p''] \ p, s, c, R)$ , и  $u' = u'' ([/1[\text{casesRest } (w_1 \dots w_n \ e) \ p''] \ p, s, c, R) \ (/1[\text{assume } ((\text{not}(w_1 \ \text{and} \dots \ \text{and } w_n)) \ \text{and } e)] \ p' \ p, s, c, \emptyset)$ ;

- $u = u''$  ( $/1[casesRest (w_1 \dots w_n) /1[else p'] p''] p, s, c, R$ ), и  $u' = u''$  ( $/1[assume (not(w_1 \text{ and } \dots \text{ and } w_n))] p' p, s, c, \emptyset$ );
- $u = u''$  ( $/[casesRest]/ p, s, R$ ), и  $u' = u'' fi(s, c)$ ;
- $u = u''$  ( $/1[branch [p'] w] p, s, c, R$ )  $fi(s'', c'')$ , и  $u' = u''$  ( $/1[branch w] p, s, c, R$ ) ( $p' p, ifSt(s, s''), c, \emptyset$ );
- $u = (/[branch]/ p, s, c, R) fi(s'', c'')$ , и  $u' = fi(ifSt(s, s''), c)$ ;
- $u = u''$  ( $/[branch]/ p, s, c, R$ )  $fi(s'', c'')$ , и  $u' = u'' fi(s'', c'')$ ;
- $u = u''$  ( $/1[branch [p'] w] p, s, c, R$ ), и  $u' = u''$  ( $/1[branch w] p, s, c, R$ ) ( $p' p, s, c, \emptyset$ );
- $u = u''$  ( $/[branch]/ p, s, R$ ), и  $u' = u'' fi(s, c)$ ;
- $u = u''$  ( $e p, s, c, R$ )  $fi(s'', c'')$ ,  $e \notin PredEl$ ,  $r \in RulSet \setminus R$ ,  $tr((e p, ifSt(s, s''), c), (p', s', c'), r) = true$ , и  $u' = u''$  ( $e p, s, c, R \cup \{r\}$ ) ( $p', s', c', \emptyset$ );
- $u = u'' t_{e \in EConf} t'_{e \in EConf} fi(s'', c'')$ , и  $u' = u'' t fi(s'', c'')$ ;
- $u = (p, s, c, R) fi(s', c')$ , и  $u' = fi(ifSt(s, s'), c)$ ;
- $u = u''$  ( $e p, s, c, R$ ),  $e \notin PredEl$ ,  $r \in RulSet \setminus R$ ,  $tr((e p, s, c), (p', s', c'), r) = true$ , и  $u' = u''$  ( $e p, s, c, R \cup \{r\}$ ) ( $p', s', c', \emptyset$ );
- если  $u = tr(u'' (e p, s, c, R), e \in PredEl, tr_{interp}((e p, s, c), (p', s', c'))) = true$ , и  $u' = u''$  ( $e p, s, c, R$ ) ( $p', s', c', \emptyset$ );
- *false*.

При полном переборе с возвратом семантика выражений  $/1[branch p]$  и  $/1[cases p]$  изменяется по сравнению с управляемым бэктрекингом. В этом случае элемент  $/1[branch p]$  называется элементом полного ветвления и используется для выполнения полного перебора вариантов с возвратом. Элемент

$$/1[cases /1[if e_1 then_{el} p_1] \dots /1[if e_n then_{el} p_n] /1[else p]]$$

называется дедуктивным условным ветвлением и используется для перебора вариантов  $p_1, \dots, p_n, p$  с условиями  $p_1, \dots, p_n, (not (p_1 \text{ and } \dots \text{ and } p_n))$ . Такое ветвление называется дедуктивным, т.к. определяется через выражение  $/1[assume x]$ , которое в этом случае имеет семантику дедуктивного условия продолжения.

ПОСП называется ПОСП с полным перебором, если  $tr$  на расширенных конфигурациях является полным перебором с возвратом.

**5.12. Версионные ПОСП.** Пусть  $st, cont \in At$ . ПОСП  $\rho$  называется версионной ПОСП, если выполнены следующие свойства:

- $base(\rho)$  включает дополнительно конечные множества  $VerSym \subseteq Sym$  и  $ContFreePreSym \subseteq PreSym$ . Элементы множеств  $VerSym$  и  $ContFreePreSym$  называются версионными символами и свободными от контекста предопределенными символами, соответственно. Если  $f \in ContFreePreSym$ , то  $\tau(f, q) = \tau(f, q')$  для любых  $q$  и  $q'$ , т. е. интерпретация свободного от контекста символа не зависит от контекста вычисления.
- $st -v \in StSym \setminus PreSym$ , и  $v_{st}(/\![f]/\!) \in Int_{el}$  для любого  $f \in VerSym$ , и любой  $t \in Conf$ ;
- $cont -v \in StSym \setminus PreSym$ , и  $v_{count}(/\![f]/\!) \in Int_{el}$  для любого  $f \in VerSym$ , и любой  $t \in Conf$ .

Версионные ПОСП используются для моделирования выполнения других ПОСП. В частности, они используются для декларативного описания изменений состояния и контекста в виде формулы, называемой предусловием, в дедуктивных системах с прямым прослеживанием (раздел 5.13). Множество символов состояния моделируемой системы специфицируется множеством версионных символов. Конфигурации трассы моделируемой ПОСП, в которых изменилось состояние или контекст по сравнению с предыдущей конфигурацией, нумеруются последовательными целыми числами. Символ  $st -v$  специфицирует наибольший номер конфигурации, в которой, возможно, было модифицировано значение версионного символа. Символ  $cont -v$  специфицирует текущий контекст моделируемой ПОСП и называется версионным контекстом.

**5.13. Дедуктивные ПОСП с прямым прослеживанием.** Дедуктивные ПОСП используются в реализации аксиоматической семантики и логики безопасности программ. Пусть  $pre, verCond \in At$ . Версионная ПОСП  $\rho$  с полным перебором называется дедуктивной ПОСП с прямым прослеживанием, если выполнены следующие свойства:

- $pre \in StSym \setminus PreSym$ ;
- $verCond \in StSym \setminus PreSym$ , и  $v_{verCond}() \in im(El_{seq})$  для любой  $t \in Conf$ ;
- $verCond \in BackSym$ .

Символ  $pre$ , называемый предусловием, специфицирует в виде формулы изменения состояния и контекста моделируемой системы. Символ  $verCond$  хранит последовательность порожденных условий корректности.

**5.14. ПОСП с обратным проходом.** ПОСП  $\rho$  называется ПОСП с обратным проходом, если  $tr$  переопределяется следующим образом:  $tr(t, t') = true$  тогда и только тогда, когда  $t.1 = p$  и выполнено любое из двух условий:  $e \in PredEl$ , и  $tr_{interp}(t, t') = true$ , или  $e \notin PredEl$ , и существует  $r \in RulSet$  такое, что  $tr(t, t', r) = true$ . Функция  $tr$  с дополнительным аргументом  $r$  определяется следующим образом:  $tr(t, t', r) = true$  тогда и только тогда, когда  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ ,  $t'.1 = p$   $sub(r.3, match_{sub}(e, r, t))$ ,  $t'.2 = t.2$ , и  $t'.3 = t.3$ .

**5.15. Онтологические ПОСП.** Пусть  $EvCont = St \times Int$ . Пусть  $is, ontSym, instSym \in At$ . ПОСП  $\rho$  называется онтологической ПОСП, если выполнены следующие свойства:

- $-v is ontSym \in StSym \setminus PreSym \neq \emptyset$ . Символ  $f \in StSym$  называется онтологическим символом в  $q$ , если  $q.1(-v is ontSym, q.2)(/[f]/) = true_{el}$ . Онтологические символы специфицируют элементы (понятия, атрибуты, отношения и т. п.) онтологии системы, описываемой с помощью  $\rho$ ;
- $-v is instSym \in StSym \setminus PreSym$ . Символ  $f \in StSym$  называется символом экземпляризации в  $q$ , если  $s(-v is instSym, q)(/[f]/) = true_{el}$ . Символы экземпляризации специфицируют связи элементов онтологии с экземплярами;
- $q.1(-v is instSym, q.2)(/[+v is -v]/) = true_{el}$ . Свойство  $q.1(+v is -v, q.2)(x, y) = true_{el}$  означает, что  $x$  — экземпляр понятия  $y$  в  $q$ ;
- $Rul$  определяется конструктором  $Rul_{ont} \in El \times El^* \rightarrow Rul$  со следующим ограничением:  $r.1$  имеет вид  $[x is y]/$ , где  $x, y \in At$ , для каждого  $r$  вида  $Rul_{ont}(\dots)$ . Семантика правила  $Rul_{ont}([x is y]/, z)$  совпадает с семантикой условного правила  $Rul_{cond}(x_{el}, x, z, [x is y]/)$ .

Рассмотрим примеры онтологических символов:

- $q.1(-v isConcept, q.2)(x) = true_{el}$  означает, что  $x$  — понятие в  $q$ ;
- $q.1(-v isAttributeOf -v, q)(x, y) = true_{el}$  означает, что  $x$  — атрибут понятия  $y$  в  $q$ ;
- $q.1(-v isAttributeOf -v ofType -v, q.2)(x, y, z) = true_{el}$  означает, что  $x$  — атрибут понятия  $y$  типа  $z$  в  $(s, i)$ . Типом является некоторое понятие. Например,  $q.1(+v isAttributeOf y ofType z, q.2)(x, y, int_{el}) = true_{el}$  означает, что  $x$  — целочисленный атрибут понятия  $y$  в  $q$ .

Рассмотрим примеры символов экземпляризации:

- $q.1(-v of +v, q.2)(x, y)$  возвращает значение атрибута  $x$  экземпляра  $y$  некоторого понятия в  $q$ ;

- $q.1(-v \text{ of } +v \text{ of } -v, q.2)(x, y, z)$  возвращает значение атрибута  $x$  экземпляра  $y$  понятия  $z$  в  $q$ . Этот символ используется, чтобы разрешить конфликт в случае, когда  $y$  является экземпляром нескольких понятий, имеющих атрибут  $x$ .

**5.16. ПОСП с сопоставлением с образцом на последовательностях.** ПОСП  $\rho$  называется ПОСП с сопоставлением с образцом на последовательностях, если выполнены следующие свойства:

- конструктор  $Rul$  переопределяется по первому аргументу:  $Rul \in El^+ \times VarSpec^* \times El^* \rightarrow Rul$ . Таким образом, образцы правил таких ПОСП — непустые последовательности элементов;
- $r \in Rul$  применимо к  $p \in El^{len(r.1)}$  относительно  $\sigma \in Sub$ , если  $sub(r.1, \sigma) = p$ ,  $dom(\sigma)$  — множество переменных образца правила  $r$ ,  $\sigma(u) \in El$  для  $u_{el} \in r.2$ , и  $\sigma(u) \in El^*$  для  $/[+s u]/ \in r.2$ ;
- функция  $match_{sub}$  переопределяется таким образом, что  $match_{sub} \in El^+ \times Rul \rightarrow Sub$ , и, если  $match_{sub}(p, r) \neq und$ , то  $len(p) = len(r.1)$ , и  $r$  применимо к  $p$  относительно  $match_{sub}(p, r)$ . Функция  $match_{sub}$  расширяется на  $El^+ \times Rul \times Conf \rightarrow Sub$  так же, как и в случае обычных правил ПОСП. Говорят, что  $r$  применимо к  $p$  в  $t$ , если  $match_{sub}(p, r, t) \neq und$ .
- Функция  $tr$  определяется следующим образом:  $tr(t, t', r) = true$  тогда и только тогда, когда  $t.1 = p''_{\in El^+}$ ,  $r$  применимо к  $p''$ ,  $t'.1 = sub(r.3, match_{sub}(p'', r, t))$ ,  $t.2 = t'.2$ , и  $t.3 = t'.3$ .

## 6. Комбинированные виды предметно-ориентированных систем переходов.

На практике, как правило, используются комбинации базовых видов ПОСП. Рассмотрим некоторые из них.

**6.1. Условные ПОСП с переменными истории.** Эти ПОСП обладают следующим дополнительным свойством: вместо конструкторов  $Rul_{cond}$  и  $Rul_{hvar}$  используется комбинированный конструктор  $Rul_{cond+hvar} \in El \times VarSpec^* \times El^* \times El \times At^* \rightarrow Rul$ , где дополнительные компоненты  $r.4$  и  $r.5$  являются условием и декларацией переменных истории правила  $r$ , соответственно.

**6.2. Условные ПОСП с частично интерпретированными телами правил.** Эти ПОСП обладают следующими дополнительными свойствами:

- отношение применимости правила переопределяется следующим образом:  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ , если  $match_{sub}(e, r, t) \neq und$ , и  $val(partVal(sub(r.4, match_{sub}(e, r, t)), (t.2, t.3)), (t.2, t.3)) = true_{el}$ ;

- $tr$  переопределяется следующим образом:  $tr(t, t', r) = true$  тогда и только тогда, когда  $t.1 = e$   $p$ , и существует  $r \in RulSet$  такое, что  $r$  применимо к  $e$  в  $t$ ,  $t'.1 = partVal(sub(r.3, match_{sub}(e, r, t)), (t.2, t.3))$   $p$ ,  $t'.2 = t.2$ , и  $t'.3 = t.3$ .

**6.3. ПОСП с переменными истории с частично интерпретированными телами правил.** В таких ПОСП сначала выполняется подстановка переменных истории, а затем выполняется частичная интерпретация тел правил.

**6.4. ПОСП с полным управляемым перебором.** Эти ПОСП комбинируют ПОСП с управляемым бэктрекингом и ПОСП с полным перебором. Семантика выражений  $/1[branch\ p]$  и  $/1[cases\ p]$  определяется как в ПОСП с полным перебором. Если требуется их интерпретация в ПОСП с управляемым перебором, вместо этих выражений используются выражения  $/1[branch^*\ p]$  и  $/1[cases^*\ p]$ .

**6.5. ПОСП с управляемым бэктрекингом и со счетчиком.** Эти ПОСП обладают следующим дополнительным свойством:  $count \in BackSym$ .

**6.6. ПОСП с управляемым бэктрекингом и с переменными истории.** Эти ПОСП обладают следующим дополнительным свойством:  $hvar\ i \in BackSym$  для любого  $i \in Int$ .

**6.7. ПОСП с полным перебором и со счетчиком.** Эти ПОСП обладают следующим дополнительным свойством:  $count \in BackSym$ .

**6.8. ПОСП с полным перебором и с переменными истории.** Эти ПОСП обладают следующим дополнительным свойством:  $hvar\ i \in BackSym$  для любого  $i \in Int$ .

**6.9. Версионные ПОСП с переменными истории.** Для этих ПОСП выполнены следующие свойства:

- $hvar\ i \in VerSym$  для любого  $i \in Int$ ;
- свойство конечности состояния заменяется на свойство частичной конечности состояния:  $\{p \mid s(f, i)(p) \neq und_{el}, f \in StSym, i \in Int \text{ и } p \in El^{arity(f)}\} \setminus \{/[hvar\ i]/ \mid i \in Int\}$  конечно.

**7. Предопределенные элементы.** В этом разделе определены часто встречающиеся предопределенные элементы.

Будем считать, если не оговорено противное, что  $x, y, z \in El$ .

**7.1. Останов.** Пусть  $stop \in At$ . Элемент  $/[stop]/$  называется остановом и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t'') = true$ , где  $t.1.1 = /[stop]/$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = seq_{emp}$ ,  $t'.2 = t.2$  и  $t'.3 = t.3$ .

**7.2. Небезопасное завершение.** Пусть  $fail \in At$ . Элемент  $/[fail]/$  называется небезопасным завершением. Он специфицирует некорректное завершение ПОСП.

Конфигурация  $t$  называется небезопасной, если  $t.1.1 = /[fail]/$ . В противном случае  $t$  называется безопасной. Отношение  $tr$  должно удовлетворять следующему свойству: если  $t$  — небезопасная конфигурация, то  $t$  — заключительная конфигурация. Трасса, последний элемент которой — небезопасная конфигурация, называется небезопасной.

**7.3. Условие продолжения.** Пусть  $assume \in At$ . Элемент  $/1[assume\ x]$  называется условием продолжения и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[assume\ x]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.2 = t.2$ ,  $t'.3 = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $val(x, (t.2, t.3)) = true_{el}$ , то  $t'.1 = p$ ;
- $t'.1 = backtrack_{el}\ p$ .

Условие продолжения базируется на элементе  $backtrack_{el}$  и используется в ПОСП с управляемым бэктрекингом.

Пусть  $A^f$  обозначает  $(f, t.3(f))$ .

**7.4. Условие модификации.** Пусть  $modify, nextSt \in At$ . Элемент  $/1[modify\ x]$  называется условием модификации и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[modify\ x]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.3 = t.3$  и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $val(x, (t.2, t.3, t'.2)) = true_{el}$ , и  $M = \{A^f \mid f \in StSym, match_{sym}(StSym, e) = (f, a), \text{ и } x \text{ содержит } /1[nextSt\ e] \text{ для некоторых } e \text{ и } a\} \neq \emptyset$ , то  $t'.1 = p$ , и  $oDif(t'.2, t.2, M) = true$ ;
- $t'.1 = backtrack_{el}\ p$ , и  $t'.2 = t.2$ .

Вхождение выражения  $/1[nextSt\ p]$  в  $x$  указывает на то, что значение выражения  $[p]$  определяется в выходном состоянии  $t'.2$ .

Пусть  $EvCont = St \times StCont \times St$ . Функция  $val \in El \times EvCont \rightarrow El$  определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $val(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, q) = e$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in StSym \setminus PreSym$ , то  $val(/1[nextSt\ p], q) = q.3(f, q.2(f))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ ,  $f \in StSym \cap PreSym$ , и  $q.3(f, q.2(f))(argVal(a, q)) = und_{el}$ , то  $val(/1[nextSt\ p], q) = \tau(f, (q.3, q))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in ContSym \cap PreSym$ , то  $val(/1[nextSt\ p], q) = q.3(f, q.2(f))(argVal(a, q))$ ;

- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in PreSym$ , то  $val(/1[nextSt p], q) = \tau(f, (q.3, q))(argVal(a, q))$ ;
- $val(/1[nextSt p], q) = und_{el}$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in StSym \setminus PreSym$ , то  $val(e, q) = q.1(f, q.2(f))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ ,  $f \in StSym \cap PreSym$ , и  $q.1(f, q.2(f))(argVal(a, q)) = und_{el}$ , то  $val(e, q) = \tau(f, (q.1, q))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in ContSym \cap PreSym$ , то  $val(e, q) = q.1(f, q.2(f))(argVal(a, q))$ ;
- если  $match_{sym}(StSym \cup PreSym, e) = (f, a)$ , и  $f \in PreSym$ , то  $val(e, q) = \tau(f, (q.1, q))(argVal(a, q))$ ;
- $val(e, q) = und_{el}$ .

**7.5. Модификация символа.** Пусть  $::= \in At$ . Элемент  $[x ::=_{el} y]$  называется модификацией символа и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = [x ::=_{el} y] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.3 = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $match_{sym}(StSym, x) = (f, a)$ ,  $f \in StSym$ ,  $a' = argVal(a, (t.2, t.3))$ , то  $oDif(t'.2, t.2, \{A^f\}) = true$ ,  $oDif(t'.2(A^f), t.2(A^f), \{a'\}) = true$ , и  $t'.2(A^f)(a') = val(y, (t.2, t.3))$ ;
- $t'.1 = p$  и  $t'.2 = t.2$ .

Для специального распространенного случая  $[x ::= und]2/$  используется сокращение  $[x ::=]1/$ .

**7.6. Условие безопасности.** Пусть  $assert \in At$ . Элемент  $/1[assert x]$  называется условием безопасности и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[assert x] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.2 = t.2$ ,  $t'.3 = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $val(x, (t.2, t.3)) = true_{el}$ , то  $t'.1 = p$ ;
- $t'.1 = /[fail]/$ .

**7.7. Перезапуск.** Пусть  $restart \in At$ . Элемент  $/1[restart [x]]$  называется перезапуском и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1.1 = /1[restart [x]]$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = x$ ,  $t'.2(f, i)(p) = und_{el}$  для любых  $f \in StSym \setminus \{count\}$ ,  $i \in Int$

и  $p \in El^{arity(f)}$ ,  $t'.2(count, 0)() = 0_{el}$ ,  $t'.2(count, i)() = und_{el}$  для любого  $i \in Int \setminus \{0\}$ , и  $t'.3(f) = 1$  для любого  $f \in StSym$ .

**7.8. Условное ветвление.** Пусть  $cases \in At$ . Элемент вида

$$/1[cases /1[if e_1 then_{el} p_1] \dots /1[if e_n then_{el} p_n]]$$

или

$$/1[cases /1[if e_1 then_{el} p_1] \dots /1[if e_n then_{el} p_n] /1[else p]]$$

называется условным ветвлением и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[cases p'''] p$ , тогда и только тогда, когда  $t.2' = t.2$ ,  $t.3' = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $t.1 = /1[cases [if e then p'] p''] p$ , и  $val(e, (t.2, t.3)) = true_{el}$ , то  $t.1' = p' p$ ;
- если  $t.1 = /1[cases [if e then p'] p''] p$ , и  $val(e, (t.2, t.3)) \neq true_{el}$ , то  $t.1' = /1[cases p''] p$ ;
- если  $t.1 = /1[cases [else p']] p$ , то  $t.1' = p' p$ ;
- если  $t.1 = /[cases]/ p$ , то  $t.1' = backtrack_{el}$ .

**7.9. Ветвление по образцу.** Выражение  $b$  вида  $/1[if e var w then_{el} p]$ , где  $w \in VarSpec^*$ , называется ветвью сопоставления с образцом, выражение  $e$  — образцом ветви  $b$ , переменные образца из  $w$  — переменными образца ветви  $b$ , и  $p$  — телом ветви  $b$ . Пусть  $body(b)$  обозначает тело ветви  $b$ . Пусть  $MatchBranch$  — множество всех ветвей сопоставления с образцом. Говорят, что  $b \in MatchBranch$  применима к  $e$  относительно  $\sigma \in Sub$ , если  $sub(e, \sigma) = e$ ,  $dom(\sigma)$  — множество переменных образца ветви  $b$ ,  $\sigma(u) \in El$  для  $u_{el} \in w$ , и  $\sigma(u) \in El^*$  для  $/[+s u]/ \in w$ .

Правило может быть применимо к одному и тому же элементу относительно разных подстановок, поэтому возможен конфликт при выборе подстановки, соответствующей этому элементу. Мы считаем, что определена функция  $match_{sub} \in El \times MatchBranch \rightarrow Sub$ , разрешающая этот конфликт, такая, что, если  $match_{sub}(e, b) \neq und$ , то  $b$  применима к  $e$  относительно  $match_{sub}(e, b)$ .

Пусть  $matchCases \in At$ . Пусть  $z' = val(z'', (t.2, t.3))$  для  $z = /1[+v z'']$  и  $z' = z$  в противном случае. Элемент вида  $/1[matchCases z b_1 \dots b_n]$  или  $/1[matchCases z b_1 \dots b_n /1[else p']]$ , где  $z \in El$  и  $b_i \in MatchBranch$ , называется ветвлением по образцу и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[matchCases z p'''] p$ , тогда и только тогда, когда  $t.2' = t.2$ ,  $t.3' = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $t.1 = /1[matchCases\ z\ b\ p'']\ p$ , и  $match_{sub}(z', b) \neq und$ , то  $t.1' = match_{sub}(z', b)(body(b))\ p$ ;
- если  $t.1 = /1[matchCases\ z\ b\ p'']\ p$ , и  $match_{sub}(z', b) = und$ , то  $t.1' = /1[matchCases\ p'']\ p$ ;
- если  $t.1 = /1[matchCases\ z\ [else\ p']]\ p$ , то  $t.1' = p'\ p$ ;
- если  $t.1 = /[matchCases]\ z/\ p$ , то  $t.1' = backtrack_{el}$ .

Элемент  $z$  называется спецификатором сопоставляемого выражения.

**7.10. Элементы управления контекстом.** Пусть  $getCont, setCont, newCont \in At$ . Пусть  $n > 0$ ,  $f_1, \dots, f_n \in StSym$ , и  $F$  обозначает  $/[f_1]/ \dots / [f_n]/$ .

Элемент  $/[getCont]/$  возвращает представление текущего контекста и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[getCont]/\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{val}\}) = true$ , и  $v'_{val} = contRep(t.3)$ .

Элемент  $/1[getCont\ F]$  возвращает представление текущего контекста, суженное на  $\{/[f_1]/, \dots, / [f_n]/\}$ , и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[getCont\ F]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{val}\}) = true$ , и  $v'_{val} = nar(contRep(t.3), \{/[f_1]/, \dots, / [f_n]/\})$ .

Элемент  $/1[setCont\ x]$  устанавливает текущий контекст равным  $val(x, (t.2, t.3))$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[setCont\ x]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.2 = t.2$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $val(x, (t.2, t.3)) = El_{fun}(g)$ , и  $g(/[f]/) \in Int_{el} \cup \{und_{el}\}$  для любого  $f \in StSym$ , то для любого  $f \in StSym$  выполнено первое подходящее свойство:
  - если  $g(/[f]/) \neq und_{el}$ , то  $t'.3(f) = (g(/[f]/))_{int}$ ;
  - $t'.3(f) = t.3(f)$ ;
- $t'.3 = t.3$ .

Элемент  $/[newCont]/$  меняет контекст всех символов из  $StSym$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[newCont]/\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count})_{int} + 1)_{el}$ ,  $oDif(t'.3, t.3, StSym) = true$ , и  $t'.3(f) = (v'_{count}())_{int}$  для любого  $f \in StSym$ .

Элемент  $/1[newCont/F]$  меняет контекст символов  $f_1, \dots, f_n$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[newCont/F]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + 1)_{el}$ ,  $oDif(t'.3, t.3, \{f_1, \dots, f_n\}) = true$ , и  $t'.3(f_i) = (v'_{count}())_{int}$  для любого  $1 \leq i \leq n$ .

**7.11. Вычисление элемента.** Пусть  $elVal \in At$ . Элемент  $/1[elVal x]$  возвращает значение элемента  $x$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[elVal x] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{val}\}) = true$ , и  $v'_{val}() = val(x, (t.2, t.3))$ .

Следующая группа правил переопределяет элементы  $/1[assume x]$ ,  $/1[modify x]$ ,  $[x ::=_{el} y]$ ,  $/[fail]/$ ,  $/1[assert x]$ ,  $/[getCont]/$ ,  $/1[getCont p]$ ,  $/1[setCont p]$ ,  $/[newCont]/$ ,  $/1[newCont p]$ ,  $/[count++]/$ ,  $/[newEl]/$  и  $/1[elVal e]$  для дедуктивных ПОСП с прямым прослеживанием. Поэтому эти элементы при таком их определении называются дедуктивными. В случае, если в дедуктивных ПОСП требуется использовать элементы с исходной семантикой (будем называть их операционными элементами), то вместо них используются элементы  $/1[assume^* x]$ ,  $/1[modify^* x]$ ,  $[x ::=^*_{el} y]$ ,  $/[fail^*]/$ ,  $/1[assert^* x]$ ,  $/[getCont^*]/$ ,  $/1[getCont^* p]$ ,  $/1[setCont^* p]$ ,  $/[newCont^*]/$ ,  $/1[newCont^* p]$ ,  $/[count++^*]/$ ,  $/[newEl^*]/$  и  $/1[elVal^* e]$ .

**7.12. Дедуктивное условие продолжения.** Элемент  $/1[assume x]$  называется дедуктивным условием продолжения и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[assume x] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{pre}\}) = true$ , и  $v_{pre}() = [v'_{pre}() \text{ and}_{el} \text{ add}_{ver}(x, t.2)]$ .

Пусть  $EvCont = St$ . Пусть  $i_f = (q(A_{st})(/[f]/))_{int}$  и  $j_f = (q(A_{cont})(/[f]/))_{int}$ . Функция  $add_{ver} \in El \times EvCont \rightarrow El$  расставляет в первом аргументе версии у всех символов, входящих в  $VerSym$ , и определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $add_{ver}(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, q) = e$ ;
- если  $i, j \in Int$ ,  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in ContFreePreSym \setminus VerSym$ , то  $add_{ver}(/3[ver i j p], q) = /3[addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- если  $i, j \in Int$ , и  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , то  $add_{ver}(/3[ver i j p], q) = /3[ver i j addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- если  $i, j \in Int$ , то  $add_{ver}(/3[ver i j p], q) = und_{el}$ ;
- если  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in ContFreePreSym \setminus VerSym$ , то  $add_{ver}([p], q) = [addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- если  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , то  $add_{ver}([p], q) = /3[ver i_f j_f addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- $add_{ver}(e, q) = und_{el}$ .

Функция  $addSeq_{ver} \in El^* \times EvCont \rightarrow El^*$  определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $addSeq_{ver}(seq_{emp}, q, f) = seq_{emp}$ ;
- $addSeq_{ver}(/1[-v e] p, q, a f) = e addSeq_{ver}(p, q, f)$ ;
- $addSeq_{ver}(/1[+v e] p, q, a f) = /1[+v add_{ver(e,q)}] addSeq_{ver}(p, q, f)$ ;
- $addSeq_{ver}(e p, q, +v f) = add_{ver(e,q)} addSeq_{ver}(p, q, f)$ ;
- $addSeq_{ver}(e p, q, a f) = e addSeq_{ver}(p, q, f)$ .

Пусть  $Frm$  обозначает свойство:  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}, A_{st}, A_{pre}\}) = true$  и  $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + 1)_{el}$ .

**7.13. Дедуктивное условие модификации.** Элемент  $/1[modify x]$  называется дедуктивным условием модификации и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[modify x] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $M = \{/[f]/ \mid f \in VerSym, match_{sym}(VerSym, e) = (f, a), \text{ и } x \text{ содержит } /1[nextSt e] \text{ для некоторых } e \text{ и } a\} \neq \emptyset$ , то  $Frm$  истинно, и выполнены следующие свойства:
  - $oDif(v'_{st}, v_{st}, M) = true$ ;
  - если  $e \in M$ , то  $v'_{st}(e) = v'_{count}()$ ;
  - $v'_{pre}() = [v_{pre}() \text{ and}_{el} add_{ver}(x, (t.2, t'.2))]$ ;
- $t'.2 = t.2$ .

Пусть  $EvCont = St \times St$ . Пусть  $i_f = (q.1(A_{st})(/[f]/))_{int}$ ,  $i'_f = (q.2(A_{st})(/[f]/))_{int}$  и  $j_f = (q.1(A_{cont})(/[f]/))_{int}$ . Функция  $add_{ver} \in El^* \times EvCont \rightarrow El^*$  расставляет в первом аргументе версии у всех символов, входящих в  $VerSym$ , и определяется следующим образом (применяется первое подходящее правило):

- $add_{ver}(e_{\in im(El_{at}) \cup im(El_{fun})}, q) = e$ ;
- если  $i, j \in Int$ ,  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in ContFreePreSym \setminus VerSym$ , то  $add_{ver}(/3[ver i j p], q) = /3[addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- если  $i, j \in Int$ , и  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , то  $add_{ver}(/3[ver i j p], q) = /3[ver i j addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;

- если  $i, j \in Int$ , то  $add_{ver}(/3[ver\ i\ j\ p], q) = und_{el}$ ;
- если  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , и  $f \in ContFreePreSym \setminus VerSym$ , то  $add_{ver}([p], q) = [addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- если  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , то  $add_{ver}(/1[nextSt\ p], q) = /3[ver\ i'_f\ j_f\ addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- если  $match_{sym}(VerSym \cup PreSym, [p]) = (f, a)$ , то  $add_{ver}([p], q) = /3[ver\ i_f\ j_f\ addSeq_{ver}(p, q, f)]$ ;
- $add_{ver}(e, q) = und_{el}$ .

Пусть  $n'$ ,  $i_f$  и  $j_f$  обозначают  $(v'_{count}())_{int}$ ,  $(v_{st}(/[f/]))_{int}$  и  $(v_{cont}(/[f/]))_{int}$ , соответственно.

**7.14. Дедуктивная модификация символа.** Пусть  $x = [p']$ . Элемент  $[x ::=_{el} y]$  называется дедуктивной модификацией символа и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = [x ::=_{el} y] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $f \in VerSym$  и  $match_{sym}(VerSym, x) = (f, a)$ , то  $Frm$  истинно, и выполнены следующие свойства:
  - $oDif(v'_{st}, v_{st}, \{/[f/]\}) = true$ ;
  - $a'$  — последовательность аргументов вызова  $x$ ;
  - $t'.2(A_{st})(/[f/]) = n_{el}$ , и  $t'.2(A_{st})(/[f/]) = n'_{el}$ ;
  - если  $arity(f) > 0$ , то  $v'_{pre}() = [v_{pre}() and_{el} /1[oDif\ /[ver\ n\ j_f\ sym\ f]/\ /[ver\ n'\ j_f\ sym\ f]\ a'] and_{el} [add_{ver}(/1[nextSt\ p'], t.2, t'.2) =_{el} add_{ver}(y, t.2)]]$ ;
  - если  $arity(f) = 0$ , то  $v'_{pre}() = [v_{pre}() and_{el} [add_{ver}([nextSt\ p'], (t.2, t'.2)) =_{el} add_{ver}(y, t.2)]]$ ;
- $t'.2 = t.2$ .

**7.15. Операционно-дедуктивная модификация символа.** Пусть  $x = [p']$ . Элемент  $[x ::=^{**}_{el} y]$  называется операционно-дедуктивной (или смешанной) модификацией символа и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = [x ::=^{**}_{el} y] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $f \in VerSym$ , и  $match_{sym}(VerSym, x) = (f, a)$ , то  $Frm$  истинно, и выполнены следующие свойства:

- $oDif(v'_{st}, v_{st}, \{/[f/]\}) = true$ ;
  - $a'$  — последовательность аргументов вызова  $x$ ;
  - $t'.2(A_{st})(/[f/]) = n_{el}$ , и  $t'.2(A_{st})(/[f/]) = n'_{el}$ ;
  - если  $arity(f) > 0$ , то
 
$$v'_{pre}() = [v_{pre}() \text{ and}_{el} /1[oDif /[ver n j_f sym f]/ / [ver n' j_f sym f] a'] \text{ and}_{el} [add_{ver}(/1[nextSt p'], t.2, t'.2) =_{el} val(y, (t.2, t.3))]];$$
  - если  $arity(f) = 0$ , то
 
$$v'_{pre}() = [v_{pre}() \text{ and}_{el} [add_{ver}([nextSt p'], (t.2, t'.2)) =_{el} val(y, (t.2, t.3))]].$$
- $t'.2 = t.2$ .

Этот элемент позволяет передавать информацию из операционной семантики при дедуктивной верификации и тем самым комбинировать операционную семантику с дедуктивным выводом.

**7.16. Дедуктивное небезопасное завершение.** Пусть  $A_{verCond}$  обозначает  $(verCond, t.3(verCond))$ . Элемент  $/[fail]/$  называется дедуктивным небезопасным завершением и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1.1 = /[fail]/$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = seq_{emp}$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{verCond}\}) = true$ ,  $v'_{verCond}() = [p' /1[not v_{pre}()]]$ , где  $v_{verCond}() = [p']$ .

**7.17. Дедуктивное условие безопасности.** Элемент  $/1[assert x]$  называется дедуктивным условием безопасности и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[assert x] p$ , тогда и только тогда, когда

$$t'.1 = /1[cases /1[if x then_{el} p] /1[else /[fail]/]],$$

$t'.2 = t.2$  и  $t'.3 = t.3$ .

**7.18. Дедуктивные элементы управления контекстом.** Пусть  $n > 0$ ,  $f_1, \dots, f_n \in VerSym$  и  $F$  обозначает  $/[f_1]/ \dots /[f_n]/$ .

Элемент  $/[getCont]/$  возвращает значение версионного контекста и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[getCont]/ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{val}\}) = true$ , и  $v'_{val} = El_{fun}(v_{cont})$ .

Элемент  $/1[getCont F]$  возвращает значение версионного контекста, суженное на  $\{/[f_1]/, \dots, /[f_n]/\}$ , и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[getCont F] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{val}\}) = true$ , и  $v'_{val} = nar(El_{fun}(v_{cont}), \{/[f_1]/, \dots, /[f_n]/\})$ .

Элемент  $/1[setCont x]$  устанавливает версионный контекст равным  $val(x, (t.2, t.3))$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[setCont x] p$ , тогда и только

тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{cont}\}) = true$ , и выполнено первое подходящее свойство:

- если  $val(x, (t.2, t3)) = El_{fun}(g)$  и  $g(/[f]/) \in Int_{el} \cup \{und_{el}\}$  для любого  $f \in VerSym$ , то для любого  $f \in SVerSym$  выполнено первое подходящее свойство:
  - если  $g(/[f]/) \neq und_{el}$ , то  $v'_{cont}(/[f]/) = g(/[f]/)$ ;
  - $v'_{cont}(/[f]/) = v_{cont}(/[f]/)$ ;
- $v'_{cont} = v_{cont}$ .

Элемент  $/[newCont]/$  меняет версионный контекст всех символов из  $VerSym$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[newCont]/ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}, A_{cont}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count})_{int} + 1)_{el}$ ,  $oDif(v'_{cont}, v_{cont}, VerSym) = true$ , и  $v'_{cont}(/[f]/) = v'_{count}()$  для  $f \in VerSym$ .

Элемент  $/1[newCont/F]$  меняет контекст символов  $f_1, \dots, f_n$  и имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[newCont/F] p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}, A_{cont}\}) = true$ ,  $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + 1)_{el}$ ,  $oDif(v'_{cont}, v_{cont}, \{/[f_1]/, \dots, /[f_n]/\}) = true$ , и  $v'_{cont}(/[f_i]/) = v'_{count}()$  для  $1 \leq i \leq n$ .

**7.19. Дедуктивный инкремент счетчика.** Элемент  $/[count++]/$  имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[count++]/ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $Frm$  истинно, и выполнены следующие свойства:

- $oDif(v'_{st}, v_{st}, \{/[count]/\}) = true$ ;
- $v'_{count} = v'_{val} = n'_{el}$ ;
- $v'_{pre}() = [v_{pre}() and_{el} [/ver n' j_{count} count]/ =_{el} [/ver i_{count} j_{count} count]/ + 1]2/ and_{el} [/ver n' j_{val} val]/ =_{el} [/ver n' j_{count} count]/]$ .

**7.20. Дедуктивный генератор нумерованного элемента.** Элемент  $/[newEl]/$  имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /[newEl]/ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $Frm$  истинно, и выполнены следующие свойства:

- $oDif(v'_{st}, v_{st}, \{/[count]/, /[val]/\}) = true$ ;
- $v'_{count} = v'_{val} = n'_{el}$ ;
- $v'_{pre}() = [v_{pre}() and_{el} [/ver n' j_{count} count]/ =_{el} [/ver i_{count} j_{count} count]/ + 1]2/ and_{el} [/ver n' j_{val} val]/ =_{el} /1[el /[/ver n' j_{count} count]/]]]$ .

**7.21. Декларативное вычисление элемента.** Элемент  $/1[elVal\ x]$  имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[elVal\ x]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $Frm$  истинно, и выполнены следующие свойства:

- $oDif(v'_{st}, v_{st}, \{/[val]/\}) = true$ ;
- $v'_{val} = n'_{el}$ ;
- $v'_{pre}() = [v_{pre}() \text{ and}_{el} \ [/[ver\ n'\ j_{val}\ val]/ =_{el}\ add_{ver}(x, t.2)]]$ .

**7.22. Элементы управления предусловием.** Пусть  $setPre \in At$ . Элемент  $/1[setPre\ x]$  имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[setPre\ x]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ ,  $oDif(t'.2, t.2, \{A_{pre}\}) = true$ , и  $v'_{pre}() = add_{ver}(x, t.2)$ .

Пусть  $newPre \in At$ . Элемент  $/1[newPre\ x]$  имеет следующую семантику:  $tr_{interp}(t, t') = true$ , где  $t.1 = /1[newPre\ x]\ p$ , тогда и только тогда, когда  $t'.1 = p$ ,  $t'.3 = t.3$ , и выполнены следующие условия:

- $oDif(t'.2, t.2, \{A_{count}, A_{st}, A_{cont}, A_{pre}, A_{val}\}) = true$ ;
- $v'_{count}() = ((v_{count}())_{int} + 1)_{el}$ ;
- $oDif(v'_{st}, v_{st}, \{/[f]/ \mid f \in VerSym\}) = true$ ;
- $oDif(v'_{cont}, v_{cont}, \{/[f]/ \mid f \in VerSym\}) = true$ ;
- если  $f \in VerSym$ , то  $v'_{st}(/[f]/) = v'_{cont}(/[f]/) = v'_{count}()$ ;
- $v'_{val}() = v'_{count}()$ ;
- $v'_{pre}() = add_{ver}(x, t'.2)$ .

**8. Язык предметно-ориентированных систем переходов Atoment.** Язык Atoment предназначен для спецификации ПОСП. Его предыдущие версии рассматривались в [1, 4, 6]. Базовыми конструкциями языка Atoment, с помощью которых описываются элементы объектной системы ПОСП, являются атомы и выражения. Семантика конструкций языка Atoment определяется семантикой соответствующих элементов объектной модели ПОСП.

**8.1. Служебные символы.** К служебным символам языка Atoment относятся пробельные символы (пробел, переход на новую строку и т. п.), скобки ( и ), символ ".

**8.2. Атомы.** Множество  $LAt$  атомов языка Atoment определяется следующим образом:

- если  $u$  — произвольная последовательность Unicode-символов, за исключением служебных символов, то  $u \in LAt$ ;
- если  $u$  — произвольная последовательность Unicode-символов, в которой каждому вхождению символа " предшествует экранирующий символ \ (если требуется вставить \, то он, как обычно, удваивается), то " $u$ "  $\in LAt$ .

**8.3. Выражения.** Пусть  $t_i$  — последовательности пробельных символов. Множество  $Exp$  выражений языка Atoment определяется следующим образом:

- если  $a \in LAt$ , то  $a \in Exp$ ;
- если  $e_1, \dots, e_n \in Exp$  — выражения, то  $(t_0 e_1 t_1 \dots e_n t_n) \in Exp$ . Последовательность  $t_i$  может быть пустой только в случае, если она граничит хотя бы с одной скобкой. Выражение вида  $(t_0)$  называется пустым выражением.

Далее для простоты будем опускать  $t_i$  в определениях, считая, что пробел соответствует последовательности из одного или более пробельных символов. Так,  $(t_0 e_1 t_1 \dots e_n t_n)$  в упрощенном виде записывается как  $(e_1 \dots e_n)$ .

Опишем соответствие между базовыми конструкциями языка Atoment и элементами объектной модели ПОСП. Пусть  $e_1, \dots, e_n \in Exp$  и  $a, a_1, \dots, a_n \in LAt$ .

**8.4. Соответствие атомов.** Мы считаем, что множества атомов  $LAt$  и  $At$  языка Atoment и объектной модели ПОСП, соответственно, совпадают.

**8.5. Соответствие выражений и элементов.** Определим отображение  $red \in Exp \rightarrow El$  выражений языка Atoment в элементы объектной модели ПОСП:

- $red(a) = El_{at}(a)$ ;
- если  $El_a$  — конструктор выражений, то  $red((:a e_1 \dots e_n)) = El_a(red(e_1) \dots red(e_n))$ ;
- $red((e_1 \dots e_n)) = [e_1 \dots e_n]$ . В частности,  $red(()) = []$ .

Например, выражение  $(\text{assume } (A \text{ and } B))$  соответствует элементу  $/1[\text{assume } /[A \text{ and } B]/]$ , а выражение  $(A (:seq B C) (:at D))$  — элементу  $/1[A /[B C]/ D]/1$ .

**8.6. Правила переходов.** Правило перехода  $Rul(x, y, z)$  описывается выражением  $(\text{if } x' \text{ var } y' \text{ then } z')$ , где последовательности  $x'$ ,  $y'$  и  $z'$  специфицируют  $x$ ,  $y$  и  $z$ , соответственно. Признаком завершения последовательности  $x'$  является атом **var** (если правило содержит переменные образца) или атом **then** (если правило не содержит переменных образца). Признаком завершения последовательности  $y'$  является атом **then**.

**8.7. Условные правила переходов.** Условное правило перехода  $Rul_{cond}(x, y, z, u)$  описывается выражением (if  $x'$  var  $y'$  where  $u'$  then  $z'$ ), где последовательности  $x'$ ,  $y'$ ,  $u'$  и атом  $z'$  специфицируют  $x$ ,  $y$ ,  $u$ ,  $z$ , соответственно. Признаком завершения последовательности  $y'$  является атом **where**.

**8.8. Правила переходов с переменными истории.** Правило перехода с переменными истории  $Rul_{hvar}(x, y, z, u)$  описывается выражением (if  $x'$  var  $y'$  hvar  $u'$  then  $z'$ ), где последовательности  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  и  $u'$  специфицируют  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $u$ , соответственно. Признаком завершения последовательности  $x'$  является атом **var** (если правило содержит переменные образца), атом **hvar** (если правило не содержит переменных образца и содержит переменные истории) или атом **then**. Признаком завершения последовательности  $y'$  является атом **hvar** (если правило содержит переменные истории) или атом **then** (если правило не содержит переменных истории). Признаком завершения последовательности  $u'$  является атом **then**.

**8.9. Условные правила переходов с переменными истории.** Условное правило перехода с переменными истории  $Rul_{cond+hvar}(x, y, z, u, v)$  описывается выражением (if  $x'$  var  $y'$  where  $u'$  hvar  $v'$  then  $z'$ ), где выражения  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $u'$  и  $v'$  специфицируют  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $u$  и  $v$ , соответственно. Признаком завершения последовательности  $y'$  является атом **where**.

**8.10. Онтологические правила переходов.** Онтологическое правило перехода  $Rul_{ont}(x, y)$  описывается выражением (if  $x'$  then  $y'$ ), где выражение  $x'$  и последовательность  $y'$  специфицируют  $x$  и  $y$ , соответственно.

**8.11. ПОСП.** ПОСП определяется как выражение вида (dsts  $a$  kind ( $b$ ) StSym ( $c_1$ ) PreSym ( $c_2$ ) ContFreePreSym ( $c_3$ ) VerSym ( $c_4$ ) OntSym ( $c_5$ ) InstSym ( $c_6$ ) rules  $d$ ), где  $a$  — атом, обозначающий имя ПОСП,  $b$  — последовательность атомов, описывающих вид ПОСП,  $c_1, \dots, c_6$  — последовательности выражений вида  $/[f]/$ , где  $f \in Sym$ , представляющих символы состояния, предопределенные символы, свободные от контекста предопределенные символы, версионные символы, онтологические символы и символы экземпляризации, соответственно;  $d$  — последовательность правил переходов. Последовательность  $b$  может включать атомы **backward** и **fullBacktrack**, обозначающие ПОСП с обратным проходом и ПОСП с полным перебором вариантов, соответственно.

ПОСП по умолчанию является условной, неонтологической, неверсионной ПОСП прямого прохода с частично интерпретированными телами правил с возвращаемым значением, с инкрементом счетчика, с генерацией нумерованных элементов, с переменными истории, с управляемым бэктрекингом и с сопоставлением с образцом на последовательностях. Множество предопределенных символов является общим для всех ПОСП, описываемых в **Atoment**.

**9. Заключение.** ПОСП — системы переходов специального вида, предназначенные для определения предметно-ориентированных языков, используемых для решения задач разработки семантики языков программирования и проектирования, спецификации, прототипирования и верификации программных систем. ПОСП составляют основу комплексного подхода к решению указанных задач.

В этой работе — первой из цикла работ, посвященных ПОСП, — описаны объектная модель и язык ПОСП. В следующих работах цикла будут рассмотрены примеры применения ПОСП к решению упомянутых выше задач.

## Список литературы

1. Ануреев И.С. Типовые примеры использования языка Atoment // Моделирование и анализ информационных систем. 2011. Т. 18. №4. С. 7–20.
2. Непомнящий В.А., Ануреев И.С., Атучин М.М., Марьясов И.В., Петров А.А., Промский А.В. Верификация C-программ в мультязыковой системе Спектр // Моделирование и анализ информационных систем. 2010. Т. 17. №4, С. 88–100.
3. Anureev I.S. Integrated approach to analysis and verification of imperative programs // Joint NCC&IIS Bulletin, Series Computer Science. 2011. Vol. 32. P. 1–18.
4. Anureev I.S. Introduction to the Atoment language // Joint NCC&IIS Bulletin, Series Computer Science. 2010. Vol. 31. P. 1–16.
5. Anureev I.S., Maryasov I.V., Nepomniaschy V.A. Two-level Mixed Verification Method of C-light Programs in Terms of Safety Logic. Joint NCC&IIS Bulletin, Series Computer Science. 2012. Vol. 34. P. 23–42.
6. Anureev I.S. Program Specific Transition Systems. Joint NCC&IIS Bulletin, Series Computer Science. 2012. Vol. 34. P. 1–21.
7. AsmL: The Abstract State Machine Language. Reference Manual, 2002. <http://research.microsoft.com/en-us/projects/asml/>
8. Gurevich Y. Abstract State Machines: An Overview of the Project. Foundations of Information and Knowledge Systems (FoIKS): Proc. Third Internat. Symp. Lect. Notes Comput. Sci. 2004. Vol. 2942. P. 6–13.
9. Matthias Anlauff. XasM — An Extensible, Component-Based Abstract State Machines Language. <http://xasm.sourceforge.net/XasmAnl00/XasmAnl00.html>
10. Parnas D.L. Really Rethinking Formal Methods. Computer. IEEE Computer Society. 2010. Vol. 43 (1). P. 28–34.

**UDK:** 004.05

**Title:** Domain-specific transition systems: object model and language

**Author(s):**

Igor S. Anureev (A.P. Ershov Institute of Informatics Systems)

**Abstract:** This paper presents the object model and the language of domain-specific transition systems, a new formalism designed for specification and approbation of formal methods which ensure software reliability.

**Keywords:** domain-specific transition systems, semantics, verification, ontology